

VOCES DE PROFESORES- INVESTIGADORES. PROPUESTAS DESDE Y HACIA EL AULA DE MATEMÁTICAS

Coordinadores:

Paola Alejandra Balda Álvarez
Isabel Tuyub Sánchez
Erivan Velasco Núñez
Gabriela Buendía Ábalos
Hipólito Hernández Pérez



UADY
UNIVERSIDAD
AUTÓNOMA
DE YUCATÁN



UADY
UNIVERSIDAD
AUTÓNOMA
DE YUCATÁN

VOCES DE PROFESORES-
INVESTIGADORES.
PROPUESTAS DESDE Y HACIA
EL AULA DE MATEMÁTICAS

Septiembre, 2024

VOCES DE PROFESORES-INVESTIGADORES. PROPUESTAS DESDE Y HACIA EL AULA DE MATEMÁTICAS

Edición: **Luis Adrián Maza Trujillo**

Diseño editorial de colección y forros: **Bernardo O. R. De León**

Formación: **Hilda E. Sarmiento García**

ISBN UNACH: **978-607-561-213-1**

ISBN UADY: **978-607-8741-60-1**

D.R. © 2024 Universidad Autónoma de Chiapas
Boulevard Belisario Domínguez km 1081, sin número, Terán, C. P. 29050, Tuxtla Gutiérrez, Chiapas.
Miembro de la Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana con número de registro de
afiliación: 3932.

D.R. © 2024 Universidad Autónoma de Yucatán
Bajo el sello de la Casa Editorial UADY, Calle 60 núm. 491 A por 57, Centro, C.P. 97000, Mérida,
Yucatán, México. Tel. +52 (999) 923 9769
casa.editorial@correo.uady.mx
www.uady.mx/casa-editorial

Ambas Instituciones forman parte de la Red Nacional de Editoriales Universitarias y Académicas de México,
Altetox; y de la Asociación de Editoriales Universitarias de América Latina y El Caribe, EULAC.

Las opiniones expresadas por los autores no necesariamente reflejan la postura de los editores de la publicación;
la información y análisis contenidos en esta obra son estrictamente responsabilidad de los autores. Se autoriza la
reproducción parcial o total de los textos aquí publicados, siempre y cuando se haga sin fines comerciales y se cite
la fuente completa. Las imágenes de portada, la composición de interiores y el diseño de cubierta son propiedad de
los editores.

Esta publicación fue evaluada por pares académicos, mediante un proceso a doble ciego.

Hecho en México

Made in Mexico

CONTENIDO

11 PRÓLOGO

CAPÍTULO 1.

17 DESEO HACER UN TRABAJO
ACADÉMICO -CIENTÍFICO, ¿CÓMO DEBO EMPEZAR?

Paola Alejandra Balda Álvarez e Isabel Tuyub Sánchez

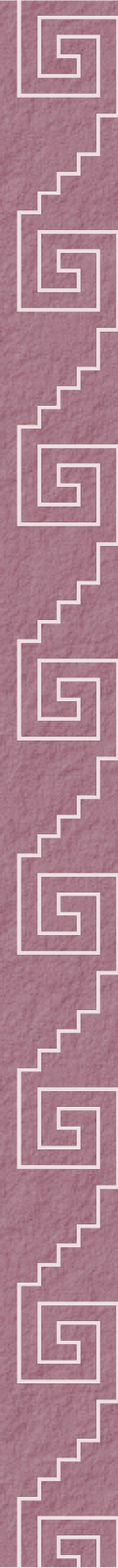
18 Introducción

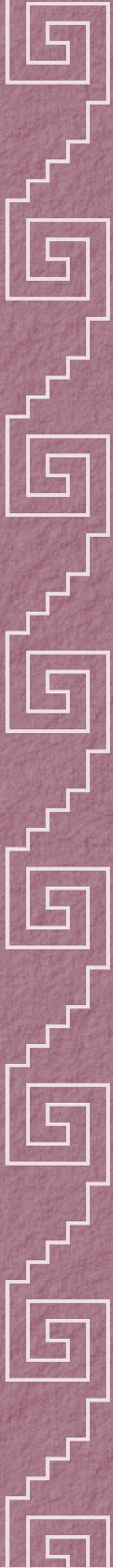
20 Usos de la literatura en un trabajo académico-científico

29 La originalidad, una herramienta clave para el desarrollo
de trabajos académicos científicos

34 Consistencia y buena redacción

36 Reflexiones Finales





CAPÍTULO 2.

PROPUESTA PARA EL DESARROLLO DE IDENTIDAD UNIVERSITARIA BAJA UNA CULTURA DE PAZ

39

Rodrigo Eduardo Moreno Parra y Jonathan Geyser Chan Azcorra

40

Introducción

42

La cultura de paz como alternativa para el desarrollo de identidad

La resiliencia comunitaria como elemento transformador

43

en la cultura de paz

44

Desarrollo de la propuesta en torno a una cultura de paz

49

Interpretación y discusión

50

Reflexiones Finales

CAPÍTULO 3.

ESTRATEGIA MEDIADA POR GEOGEBRA PARA LA RESOLUCIÓN DE RAÍCES CUADRADAS CON EL MÉTODO BABILÓNICO

53

Amairani Aguilar Espinoza

54

Introducción

56

Antecedentes

59

Aspectos conceptuales

65

Aspectos metodológicos

69

Interpretación y discusión

CAPÍTULO 4.

HACIA UNA EPISTEMOLOGÍA DE USOS DE LA COMPOSICIÓN DE FUNCIONES EN EL ÁREA DE INGENIERÍA

79

Yahaira Eloísa Zapata Canché e Isabel Tuyub Sánchez

80

Introducción

83

Teoría socioepistemológica de la matemática educativa (TSME)

88

Metodología

91

Interpretación y discusión

100

Reflexiones finales

CAPÍTULO 5.

PROPUESTA DIDÁCTICA PARA EL DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO CONDICIONAL EN ESTUDIANTES DE BACHILLERATO

103

Isabel Tuyub Sánchez, Eder Ebenezer Ruiz Figueroa, Itzel Yahaira Tuyub Sierra
y Estelita García

104

Introducción

106

Pensamiento aleatorio y probabilidad

108

Probabilidad condicional: concepciones y sesgos

109

Marco conceptual

111

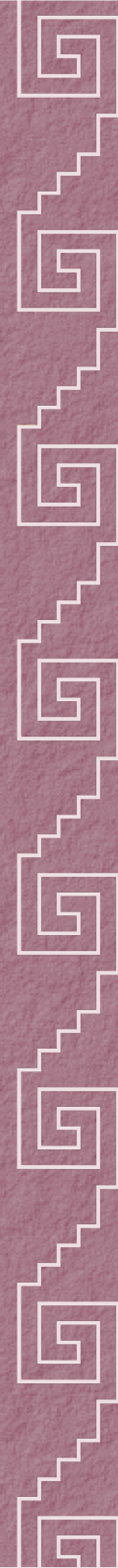
Metodología

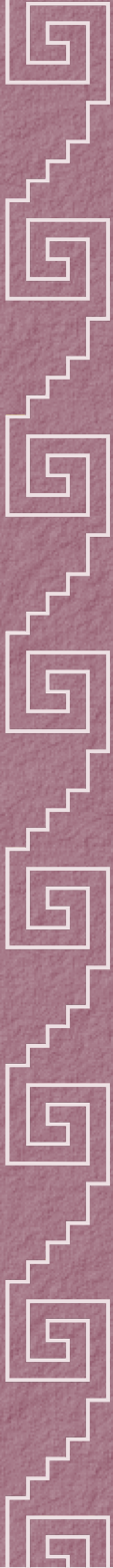
115

Interpretación y discusión

122

Reflexiones finales





CAPÍTULO 6.

PROPUESTA PARA ANALIZAR LA INTERACCIÓN EN EL AULA DE MATEMÁTICAS EN UN AMBIENTE VIRTUAL

127

Erika del Carmen Escobar Mandujano

128

Introducción

130

Marco Teórico

133

Aspectos metodológicos

136

Interpretación y discusión

140

Reflexiones finales

CAPÍTULO 7.

PENDIENTE DE LA RECTA/VELOCIDAD DE CRECIMIENTO. PROPUESTA CON INCORPORACIONES SOCIOCULTURALES DE LA ETNIA CH'OL

143

Brenda Paulina Pérez Gutiérrez

144

Introducción

146

Marco Teórico

148

Metodología

155

Análisis y resultados

163

Reflexiones finales

CAPÍTULO 8

LA GAMIFICACIÓN EN EL APRENDIZAJE DE LOS NÚMEROS NATURALES EN UNA ESTUDIANTE CON SÍNDROME DE DOWN

167

Cecilia Guadarrama Díaz

168 Introducción

169 Constructivismo

176 Metodología

178 Análisis

192 Interpretación y discusión

193 Reflexiones finales

CAPÍTULO 9.

PENSAMIENTO GEOMÉTRICO DE UN NIÑO INVIDENTE. UNA EXPERIENCIA CON TAREAS MATEMÁTICAS DE SEMEJANZA DE POLÍGONOS

197

Riger Alberto Castillo Estrella, María Guadalupe Ordaz Arjona y María del Pilar Rosado Ocaña

198 Introducción

199 Problematicación y objetivos de investigación

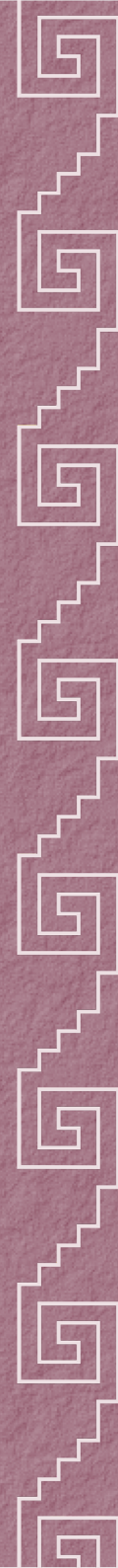
200 Elementos teóricos

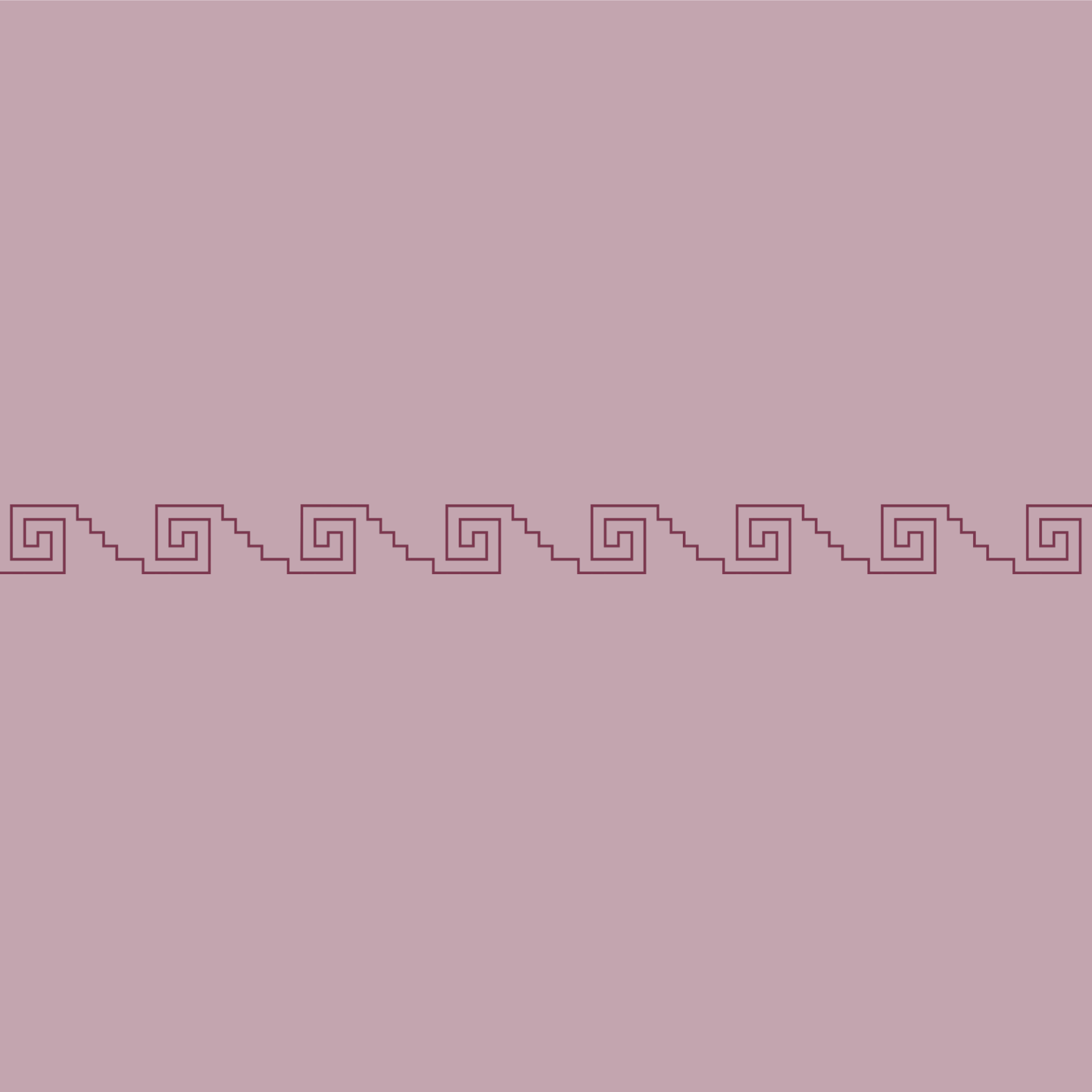
201 Elementos metodológicos

210 Interpretación y discusión

218 Reflexiones finales

222 Referencias





PRÓLOGO

Este volumen de la colección *Voces de profesores-investigadores. Propuestas desde y hacia el aula de matemáticas*. Sirva este prólogo para comentar la obra y presentarla a partir de lo que Moreno y Chan, en el segundo capítulo, proponen para el desarrollo de una cultura de paz, establecen como caracterizaciones del quehacer de un profesor de matemáticas: “Amor por el arte de enseñar, constante evolución, pensar de forma diferente, ser expresivo y buena comunicación”.

Ese manifiesto ha guiado el trabajo realizado por los coordinadores del libro para continuar con la tarea de difundir los resultados de investigaciones en el campo de la *matemática educativa*. En particular, el capítulo mencionado es parte de lo que se realiza en la Licenciatura en Enseñanza de las Matemáticas de la Universidad Autónoma de Yucatán (UADY) y en este volumen convive con escritos de la Especialidad en Didáctica de las Matemáticas de la Universidad Autónoma de Chiapas (UNACH).

Los autores son egresados de esos programas educativos y algunos participan como docentes; pero principalmente son profesores de matemáticas en pleno ejercicio: de ahí el título de “desde y hacia el aula” pues contribuyen a la enseñanza de las matemáticas desde diferentes propuestas y análisis. Así, la profesionalización docente no solo se trata de lograr un grado académico, sino que parte de preocupaciones como estudiosos de fenómenos educativos. Los autores levantan su voz para decir algo que trasciende: parte del aula y regresa a ella.

Este libro trata no solo propuestas didácticas o experiencias en el aula, sino análisis y reflexiones desde diversas posturas teóricas y metodológicas que contribuyen a una mirada profesional de la matemática educativa y cómo desde ahí se pueden entender también los contextos universitarios: sus necesidades y características. Como las autoras Balda y Tuyub abordan en el primer capítulo, realizar un trabajo académico-científico no es una tarea trivial. No solo hay que querer hacerlo, sino que, partiendo de la identificación de problemáticas educativas, hay que contar con las herramientas teórico-metodológicas para hacerlo. Es un proceso en el que no pocos se pierden, pero el valioso resultado es lo que hoy tiene el lector en sus manos.

Importa difundir que lo que se hace en el campo de la academia tiene un alto impacto en la educación matemática de este país. Amairani Aguilar, autora del tercer capítulo, por ejemplo, presenta una propuesta con GeoGebra como una alternativa para que los profesores la usen no solo en una escuela, sino en la enseñanza del nivel básico en Chiapas y, en realidad, del mundo. En el capítulo seis, Erika Escobar discute herramientas para analizar cómo son las interacciones entre los individuos dentro del aula ya que son un detonante para que las matemáticas puedan ser desarrolladas.

En cuanto a los temas matemáticos, este volumen es diverso. Zapata y Tuyub, en el capítulo cuatro, hace un estudio de cómo se usa la composición de funciones en los libros de texto y, en el capítulo cinco, un conjunto de autores (Ruiz, Tuyub-Sierra, García, Azcorra) presenta un estudio de sesgos en la probabilidad condicional. Al abordar estos tópicos matemáticos, la visión teórica se muestra como una herramienta que permite hacer propuestas significativas. Así, en el cuarto capítulo la composición de funciones, bajo una visión socioepistemológica, resulta un conocimiento matemático con significados y usos relacionados con la optimización de procesos, la dependencia múltiple y la cuantificación de procesos de estados. Y gracias a una visión de corte epistemológico, en el sexto capítulo se pudo echar mano de contextos del cotidiano para dar cuenta de cómo se puede generar un conjunto de actividades que contribuyan al desarrollo y uso del razonamiento condicional por parte de la comunidad estudiantil.

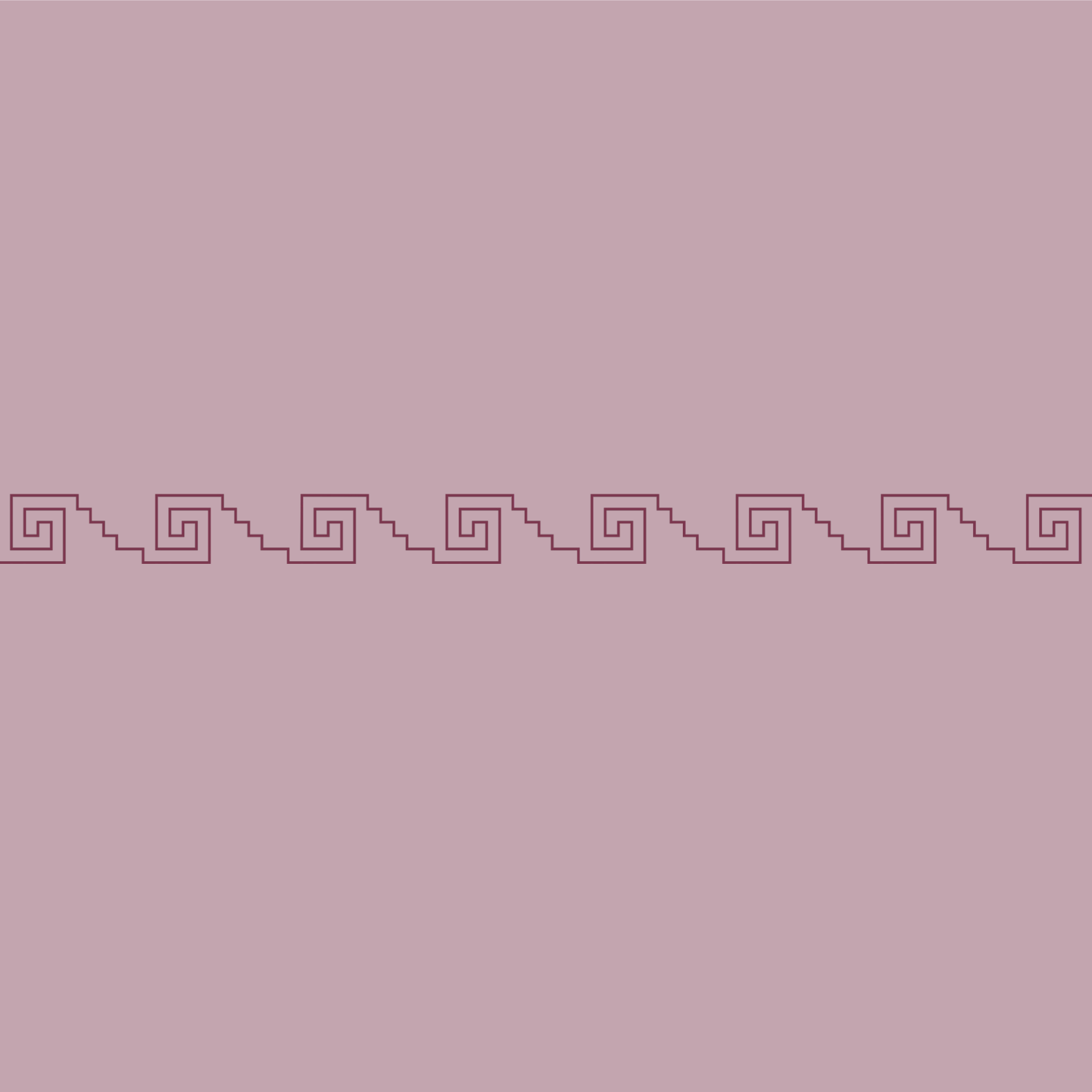
Como puede verse, los contextos toman cada vez mayor relevancia en la enseñanza de las matemáticas y ello implica también considerar el trabajo en comunidades indígenas. En el capítulo siete, Pérez-Gutiérrez propone una actividad de aprendizaje que incorpora aspectos socioculturales del cotidiano y permite que profesores y estudiantes indígenas (etnia ch'ol) viertan sus propios conocimientos y prácticas para ampliar y complementar las matemáticas discutidas en los libros de texto. El conocimiento matemático que aborda es la pendiente de la recta y su significado se enriquece con los conocimientos y tradiciones relacionados a la siembra propias de la comunidad que se transmiten de padres a hijos.

Trabajar y divulgar desde el campo de la *matemática educativa* hace que las propuestas hacia el aula de matemática se muestren cada vez más inclusivas pues es la propia aula (como un ente vivo, que evoluciona, que tiene diferentes necesidades) la que señala qué hay que estudiar, qué hay que analizar. Y en ese sentido, la inclusión y las necesidades educativas especiales también son tratadas en este volumen, siendo un aporte significativo y vanguardista. Guadarrama, en el capítulo ocho, presenta una propuesta para el trabajo con números naturales considerando el caso de una estudiante con síndrome de Down. Castillo, Ordaz y Rosado, autoras del capítulo nueve, diseñan una propuesta didáctica para la enseñanza y el aprendizaje de conceptos matemáticos de estudiantes invidentes; son propuestas que parten de considerar los procesos cognitivos involucrados particulares, así como el uso de materiales didácticos adecuados.

Así, el Grupo Dime (Difusión de la Investigación en Matemática Educativa), académicos que convocan a los autores y hacen la revisión académica, contribuye a la difusión de propuestas educativas producto de la reflexión sistemática en programas académicos.

¿Cómo mejorar la enseñanza de las matemáticas en México? Conociendo, leyendo y apoyando propuestas como esta.

Los coordinadores
Integrantes del
grupo DIME



CAPÍTULO 1.

DESEO HACER UN TRABAJO ACADÉMICO-CIENTÍFICO, ¿CÓMO DEBO EMPEZAR?

Paola Alejandra Balda Álvarez
Secretaría de Educación de Soacha
Isabel Tuyub Sánchez
Universidad Autónoma de Yucatán

Resumen

La búsqueda de la información se constituye en un componente fundamental de todo trabajo académico-científico. El sentido de este y cómo reportarlo es uno de los grandes retos a la hora de realizar alguna investigación de interés. En este capítulo se presentan algunos elementos metódicos y ejemplos que se espera guíen a los lectores en la revisión de la literatura y den sentido a sus futuros

escritos relacionados con la matemática educativa, así como algunas recomendaciones para realizar un escrito original.

Palabras clave: Búsqueda, información, investigación, matemática educativa.

Introducción

Desde la infancia leer hace parte de nuestra vida cotidiana ya sean cuentos para desarrollar nuestra imaginación o lecturas de interés para ampliar nuestro bagaje cultural. Sin embargo, cuando en la lectura piden argumentar y discutir con ideas del autor el asunto se complica. Este tipo de requerimientos surgen en diversos contextos académicos donde la voz del autor no solo es un mensaje, es una fuente de conocimiento que en muchas ocasiones es la base para nuevas construcciones. Es allí donde y cuando como lectores se debe asumir una posición crítica frente al texto.

Al iniciar un trabajo académico científico llega la hora de leer. La pregunta inmediata es ¿qué leo? y luego, ¿para qué? Aunque existan respuestas puntuales, quizá la justificación no sea tan trivial. Es necesario hacer conciencia de la importancia y trascendencia de este ejercicio para cualquier trabajo investigativo.

Al respecto, Randolph (2009) afirma que “la revisión de literatura es un relato narrativo de la información que ya está disponible accesible y publicada y que puede escribirse desde varios paradigmas o perspectivas diferentes dependiendo del punto de vista del escritor podríamos encontrar muchas” (p.6). Esto implica que la revisión bibliográfica, más allá de constituirse en una herramienta de reconocimiento del estado de una cuestión, implica un camino para construir conocimiento o generar nuevas perspectivas frente al objeto que se quiere estudiar (Villa-Ochoa, 2022).

Por tanto, la revisión de la literatura es uno de los momentos cruciales tanto en la partida, como en el desarrollo de todo trabajo académico-científico. De ahí que “la bibliografía consultada y estudiada para desarrollar una investigación, define en gran medida su calidad” (Sánchez-Aguilar, 2012, p.102). Es imprescindible tener claridad en la ruta de los caminos de indagación, dónde ir en la búsqueda de documentos útiles, cómo realizar la revisión, cómo hacer uso de la literatura para alimentar la investigación o cómo reportar los hallazgos de la revisión.

Ahora se presenta un nuevo desafío: ¿Cómo puedo apoyarme de las literaturas encontradas sin perder la originalidad de lo que escribo?, ¿cómo cuidar no hacer plagio?, ¿existirán herramientas que me permitan determinar si mi texto es original?

Para atender las inquietudes presentadas, el presente capítulo se dividirá en dos partes: 1) *Usos de la literatura en un trabajo académico-científico*, en la que buscamos dar respuesta a tres interrogantes: ¿Qué literatura me es útil para el desarrollo de mi trabajo?, ¿dónde encontrar literatura *ad hoc* a mi investigación? y ¿para qué es útil la literatura en un trabajo académico-científico? Mientras que en la sección 2) *La originalidad, herramienta clave para el desarrollo de trabajos académico-científicos*, respondemos, ¿cómo saber si lo que escribo no es plagio?, ¿qué herramientas puedo emplear para cuidar no hacer plagio? y ¿qué recomendaciones puedo tomar para que mi escritura en un trabajo académico-científico posea consistencia?

Usos de la literatura en un trabajo académico-científico

Cuando se realiza la revisión literaria en un trabajo académico-científico, la literatura adquiere un rol preponderante a la hora de llevar a cabo la propuesta, de ahí que sea necesario tener claridad sobre cuestiones relacionadas con la utilidad y sentido de la literatura en los diversos momentos o etapas del proceso.

¿Qué literatura me es útil para el desarrollo de mi trabajo? y ¿Dónde encontrar literatura ad hoc a mi investigación?

En la actualidad, existe un vasto mundo de datos que dan cuenta de lo hecho hasta el momento en el campo del conocimiento en el que se ha decidido centrar interés. El escrito puede partir de dos caminos. 1) Ubicarse en un marco teórico. El rol de la literatura será posicionarse en el mismo para comprender y emprender una ruta que lleve a reconocer los intereses actuales de ese marco que fundamentará la propuesta, esto es, ubicarse en las denominadas líneas de investigación. 2) Partir de motivaciones personales y profesionales, experiencias vividas, hechos de impacto.

En cualquiera de los casos, la revisión de la literatura se constituirá en derrotero para la construcción de un camino sólido en el escrito académico-científico. Una vez definida la ruta que fundamenta la propuesta, ¿en dónde hacer la búsqueda de la literatura? Sánchez-Aguilar y Molina (2012) han catalogado las fuentes de información por: revistas especializadas, libros especializados, memorias de congreso, motores de búsqueda y colegas con experiencia en el tema. Adicional, están las ponencias en eventos académicos y en vez de centrarse en motores de búsqueda, utilizar

las bases de datos, tal y como lo proponen Balda y Buendía (2022) quienes reconocen a las bases de datos digitales de información científica y especializada como un medio para obtener información, toda vez que recopilan publicaciones como artículos de revistas, libros, tesis o congresos. Entre las bases de datos que las autoras destacan se encuentran: Scopus, Proquest, Scifinder, Scielo, RedALyC, DOAJ, entre otras.

En cuanto a las revistas especializadas, estas se constituyen en fuente de información básica (Sánchez-Aguilar y Molina, 2012) y existe una amplia gama de ellas. Si el interés investigativo surgió dentro de un marco teórico particular, se espera ir en búsqueda de revistas especializadas que atiendan el tema de interés y presenten investigaciones llevadas a cabo en ese marco. Ejemplos de algunas de las revistas son:

- *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* (Relime). Revista científica de investigación del Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C. (Clame) que busca diseminar nuevo conocimiento y resultados de investigación en matemática educativa.
- *Revista Latinoamericana de Etnomatemática: Perspectivas Socioculturales de la Educación*. Revista científica de la Red Internacional de Etnomatemática de la Universidad de Nariño en Colombia, la cual tiene como objetivo principal divulgar trabajos de investigación, de reflexión o revisión de un tema, entrevistas y reseñas de libros en el área de la Etnomatemática.
- *Philosophy Of Mathematics Education Journal*. Revista científica que ofrece alternativas para la indagación de trabajos en torno a la Educación Matemática Crítica y otras perspectivas socioculturales de la educación matemática.

- *Educational Studies in Mathematics*. Revista científica de estudios educativos en matemáticas presenta nuevas ideas y desarrollos de gran importancia para quienes trabajan en el campo de la educación matemática.
- *Journals For Research in Mathematics Education*. Revista científica internacional que publica sobre educación matemática y aborda problemas en todos los sistemas educativos.
- *IIME. Investigación e Innovación en Matemática Educativa* (IIME). Revista de la Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa. Está dirigida a la comunidad de matemática educativa y presenta el desarrollo del quehacer académico y de investigación de la Red *Cimates*.
- *Bolema*. Es una revista que busca difundir la producción en la región de estudio denominada educación matemática o áreas afines. Los artículos pueden ser resultados de investigaciones empíricas, ensayos u otras formas estándar en este campo del conocimiento.
- *Enseñanza de Ciencias*. Es una revista que publica artículos de educación científica y matemática
- *Recherches en Didactique de la Mathématique*. Es una revista internacional fundada en 1980 que informa sobre investigaciones fundamentales realizadas en el contexto de la educación matemática. Es una revista de investigación que publica artículos originales en un volumen anual.

Incluso existen revistas que, aunque no son especializadas en un campo, de forma periódica publican versiones dedicadas a un área particular, lo que muchas denominan un dossier y ese es también un posible camino de indagación.

Las memorias de congresos también son fuente de referencia que permiten ubicar temas en tendencia actual y autores. Por ejemplo, el Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (ALME) que se desprende de la Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (RELME), las memorias del Congreso Internacional de Etnomatemática, por mencionar algunas.

Los libros especializados ofrecen panoramas generales en torno a los avances de la ciencia en un campo específico y pueden enmarcarse en cierto marco teórico, que, aunque podrían no ser recientes, son fuente indispensable de revisión, lo que en el campo se denominan clásicos, como los trabajos de Piaget, Vigostsky, Freudenthal, etc. Es fundamental identificar autores que constituyan la referencia del marco; autores con amplia trayectoria investigativa que en sus documentos den cuenta de constructos teóricos que aporten a la apropiación de conceptos, ideas y fundamentos de la teoría. Por ejemplo, en el marco socioepistemológico podrían ser los escritos por Cantoral, Farfán o Cordero; en el campo de la educación matemática crítica los productos de Skovsmose y Valero; para trabajos en torno a la etnomatemática de D'Ambrosio o en el campo de la Teoría de Situaciones Didácticas, Guy Brousseau.

Otros recursos que adquirieron protagonismo después de la pandemia fueron: conferencias y entrevistas a expertos. Su relevancia obedece a que muchos de los congresos que se realizaban de manera presencial, cambiaron su modalidad a virtual; además se crean nuevos espacios de interacción tanto sincrónicos como asincrónicos. Este ejercicio permitió que estas propuestas dejaran rastros audiovisuales y se constituyan en herramienta para cualquier desarrollo investigativo, que incluso pueden ser citadas en formato APA o Vancouver (ver Apartado 2).

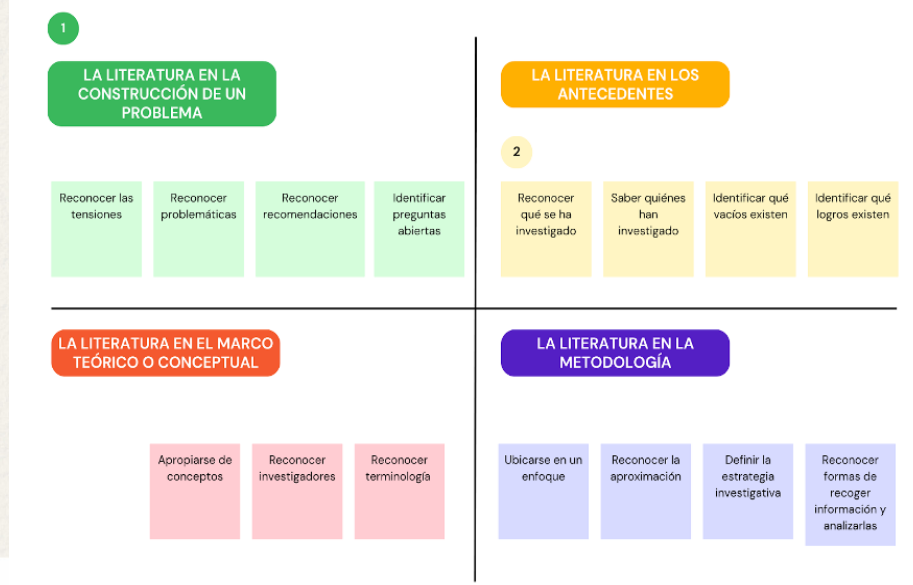
Una de las sugerencias para hacer la revisión de literatura es definir la antigüedad de las obras, normalmente no mayor a cinco años con respecto al año actual. Para referencias más recientes se puede recurrir además a medios como redes sociales académicas (*Researchgate*, por ejemplo) que otorgan un vínculo directo con investigadores en el campo de la Matemática Educativa para poder preguntarles acerca de algún trabajo en particular o para aclarar dudas u obtener ayuda para la profundización. En estos espacios los autores publican sus trabajos, sus presentaciones y ponencias. Sin duda, las redes sociales académicas se constituyen en un medio para acercarse a las construcciones recientes.

¿Para qué es útil la literatura en un trabajo académico-científico?

Una vez hecha una revisión intencionada de la literatura, se reconocen los roles que asume dicha revisión dentro de los momentos de una investigación. Dentro de estos roles están: evidenciar la originalidad de la investigación a realizar, delimitar el problema al establecer, identificar la contribución específica de la investigación al campo de desarrollo, reconocer algunas líneas temáticas o terminología específica, ubicarse dentro de comunidades de investigadores, identificar metodologías y generar publicaciones.

Pero ¿cómo reconocer los aportes en cada momento de la investigación? La Figura 1 sintetiza el rol de la literatura en cuatro momentos claves de un trabajo de investigación. En la siguiente sección se desarrollan estos momentos con detalle a través de algunos ejemplos.

Figura 1. El rol de la literatura en los diversos momentos de un trabajo académico-científico.



Fuente: Elaboración propia.

LA LITERATURA EN LA CONSTRUCCIÓN DE UN PROBLEMA

El rol de la literatura en la construcción del problema implica, entre otras cosas, reconocer tensiones que surgen de los alcances y desarrollos que se tienen sobre el objeto de estudio. Algunos trabajos previstos identifican algunas recomendaciones, problemáticas declaradas y preguntas abiertas sobre una temática, distinguir lo que se ha hecho de lo que se debería hacer en la investigación e identificar algunos aspectos relevantes, factores, variables y contextos en los cuales el objeto de estudio en el que se está interesado en indagar convive bajo cierta incertidumbre.

Por ejemplo, en el trabajo de Tuyub y Zapata (2022), las autoras consideraron los resultados de una tesis de maestría como el derrotero para la búsqueda de tensiones. Los hallazgos justifican estudiar lo que los profesionales necesitan de cierto concepto matemático (composición de funciones) para su quehacer profesional, en particular los ingenieros en formación.

Esto nos conduce a considerar que cuando se revisa la literatura se debe enfocar en la necesidad para la cual se lee. Para problematizar es necesario realizar una lectura que busque cuestionar a quien lee, encontrar tensiones, cosas que no se han dicho, posibilidades para nuevos trabajos y oportunidades investigativas. Para la construcción de un problema se debe conducir a cuestionamientos profundos que fundamentan el desarrollo de cualquier propuesta investigativa.

LA LITERATURA EN LOS ANTECEDENTES

Ir en la búsqueda de trabajos que anteceden al nuestro implica trazar una ruta que permita dar respuesta a interrogantes como: ¿Qué tanto se ha investigado sobre mi tema de interés?, ¿quiénes han investigado sobre ello?, ¿qué vacíos existen o se han reportado?, ¿qué logros se han conseguido en investigaciones realizadas?, ¿desde qué perspectivas se ha investigado el objeto de estudio? o ¿qué aspectos faltan por abordar?

Para dar respuesta a los interrogantes planteados es necesario establecer categorías de búsqueda, las cuales en muchas ocasiones surgen de la propuesta inicial del título del trabajo. En la tesis de maestría titulada: “La práctica reflexiva, una estrategia para el desarrollo profesional docente”, Monroy y Riveros (2022), por ejemplo, identificaron dos categorías de búsqueda: la práctica reflexiva y el desarrollo profesional docente. En la investigación

“Una epistemología de usos de los proporcional, un estudio epistemológico en el contexto de la huerta escolar”, Balda (2018) reconoció como categoría de interés la proporcionalidad. En ambos casos los autores fueron en la búsqueda de investigaciones en torno a estas categorías.

Una sugerencia que sintetiza los ejemplos reportados es que cuando se lee para la construcción de antecedentes, e incluso para otros apartados, es necesario que se preparen previamente preguntas al autor del texto, esto con el fin de hacer de la lectura un ejercicio objetivo, claro está sin desconocer que existe mucha información que el texto puede otorgar al lector que supere los interrogantes planteados. Una buena revisión de la literatura y organización de los hallazgos en muchas ocasiones conducen a la publicación de estados del arte robustos que fundamentan otras investigaciones.

LA LITERATURA EN LOS MARCOS

La revisión de la literatura en un marco teórico o conceptual trae consigo la posibilidad de reconocer investigadores en el campo, la terminología específica en torno a conceptos e identificar comunidades con intereses investigativos similares. El rol de la literatura en el tipo marco (teórico o conceptual) permite al autor posicionarse, hacer un ejercicio de significación y resignificación de los constructos que fundamentan una teoría, apropiarse de conceptos clave y principios de sus fuentes y poner en discusión su voz con la de los autores para establecer de manera clara las bases teóricas y posturas de su investigación.

Cuando la investigación surge dentro de los intereses de un marco teórico establecido, la revisión de la literatura es un primer paso para convertirse en conocedor de esta teoría, eso sí, una vez que se realice la lectura y

tengan claros los constructos a emplear, será necesario hacer una selección de aquellos de utilidad en la investigación para reportar. Por ejemplo, el trabajo académico-científico realizado por Balda (2018) tuvo de fundamento la teoría socioepistemológica de la matemática educativa, por lo que Balda profundizó y reportó algunos constructos teóricos como: el discurso matemático escolar, la sabiduría humana, los usos del conocimiento matemático, la evolución pragmática del saber.

En el caso de las investigaciones que poseen un marco conceptual, la revisión de la literatura permite al investigador poner en diálogo autores con miradas complementarias, más no opuestas, en torno a un concepto y de esta manera consolidar para su investigación una construcción robusta de los conceptos que la fundamentan. Un ejemplo es el trabajo llevado a cabo por Monroy y Riveros (2022), al reconocer cómo la práctica reflexiva aporta al desarrollo profesional docente. Su trabajo demandó que los investigadores profundizaron acerca de dos conceptos: el desarrollo profesional docente y la práctica reflexiva; para ello, Monroy y Riveros pusieron en discusión la voz de varios autores para construir una propuesta sólida que argumentaba cómo desde su propuesta visibilizan y asumen estas dos ideas.

Existen otros marcos como es el caso del referencial, en el cual la revisión de la literatura permite al investigador poner en diálogo autores con miradas complementarias en torno a un estado actual de un tema de investigación. En cualquiera de los casos la revisión de la literatura es fundamental para posicionarse y construir una base sólida para el desarrollo de la investigación.

LA LITERATURA EN LA METODOLOGÍA

La literatura en la metodología adquiere un rol de identificar en otras investigaciones, ideas para el desarrollo metodológico de las investigaciones.

La investigación de Sánchez (2021) “La formación de ciudadanos críticos desde las matemáticas escolares: reflexiones sobre las posibilidades que ofrecen los referentes curriculares en el contexto colombiano tuvo como objetivo analizar las potencialidades de los documentos curriculares de matemáticas para la formación de ciudadanos críticos en el contexto colombiano. Para ello, Sánchez (2021) reconoció en la lectura de varios trabajos, con intenciones similares en términos metodológicos, y asumió la posibilidad de realizar el análisis de contenido como técnica de interpretación de textos que le permitió llevar a cabo un ejercicio sistemático y objetivo para alcanzar el objetivo planteado.

En el trabajo de Monroy y Riveros (*op. cit.*), con relación a la práctica reflexiva, fueron en la búsqueda de otras investigaciones donde se reconocieron herramientas clave para convertir su ejercicio de práctica en el aula en un ejercicio de reflexión; gracias a la propuesta de Domingo (2013), reconocida como el método R5 para la reflexión, los autores obtuvieron una ruta metodológica para su propuesta.

La originalidad, una herramienta clave para el desarrollo de trabajos académico--científicos

Cuando se realiza un escrito para un trabajo académico-científico se recurre a ideas previamente establecidas y se agrega información necesaria a su documento para sustentar, pero debe hacerse de forma precavida, sin caer en el plagio.

¿CÓMO SABER SI LO QUE ESCRIBO NO ES PLAGIO?

Según la Real Academia Española (RAE), plagiar es copiar en lo sustancial obras ajenas, presentándose como propias (RAE, 2021). El plagio sucede cuando no se reconocen las ideas o escritos del autor original.

El plagio es una tentación que se presenta al momento de escribir posiblemente por una falta de organización de la bibliografía a elegir o creer que no hay otra manera de escribir la idea original que se tiene pensada. Es claro que cuando se escribe no se quiera realizar algún delito de falsificación, sin embargo, como dice Maurel (2014), “es una zona “gris” difícilmente localizable, entre préstamo servil y préstamo creativo” (p. 13).

El plagio no es algo nuevo, desde la antigüedad se ha identificado; sin embargo, ahora es más común, sobre todo en trabajos escolares debido a la facilidad de la obtención de información que tenemos en la actualidad. Esto, aunque no parezca, produce un impacto negativo en el ámbito académico y profesional.

Soto (2012) comparte que existen diferentes tipos de plagio, y que algunos pueden corregirse si se tomase conciencia de ello, ya que estos no son a propósito. Por ejemplo, pueden ser de forma, por cómo se ejecutan o por los motivos que lleva a cometer el plagio.

El que se comete en mayor medida es el de forma, al copiar un escrito o idea y hacerlo pasar como propio sin mencionar al autor: el auto-plagio, la falsa autoría (atribuirle una obra a un autor sin que éste haya contribuido en la obra), envío doble (cuando se envía mismo documento a dos revistas o conferencias distintas), robo de material (copiar sin autorización del autor una obra y presentarla como propia) y copias sin autorización de código fuente. De los anteriores y al nivel de este capítulo sólo se hablará del auto-plagio. De él casi no se habla, pero sí es común, y aunque no se vea como un delito, dentro del ámbito académico sí es una falta de ética.

Como bien señala Spinak (2013) no tiene intención de afectarnos o robar-nos la idea a nosotros mismos, sino copiar ideas propias que ya hayamos plasmado en otro escrito, o decirlas en otro idioma sin referenciar o reconocer que había una idea inicial, incluso usar la misma idea con distintas palabras. Como diría Spinak, es reciclar escritos.

Del plagio según cómo se ejecuta, Soto (2012) señala el copiar y pegar, parafraseo inapropiado (cuando solo se intercambian palabras o frases, pero permanece el mismo estilo), referencia perdida, referencia falsa, fabricación de datos y robo de ideas (cuando se presenta como original la idea plasmada por otro autor y no se reconoce).

Los motivos que llevan a cometer el plagio, Soto (*op. cit.*) comenta que puede ser: 1) intencional: querer realizar el plagio para ciertos fines como acreditarse un trabajo que no es propio o afectar al autor de alguna manera; 2) accidental: no es la intención afectar al autor o atribuirse su idea. En ambos casos vislumbra ser una plaga sobre lo inédito de un escrito.

Como personas potenciales a crear escritos académicos-científicos es necesario hacer conciencia sobre el impacto que produce el plagio a nivel académico y profesional en torno a realizar escritos con contribuciones a construir conocimiento.

¿QUÉ HERRAMIENTAS PUEDO EMPLEAR PARA CUIDAR NO COMETER PLAGIO?

Para evitar el plagio debe haber una práctica reflexiva en torno a cómo emplear los textos que se han leído, tener orden con respecto a la bibliografía y citar las ideas u obras que no son propias.

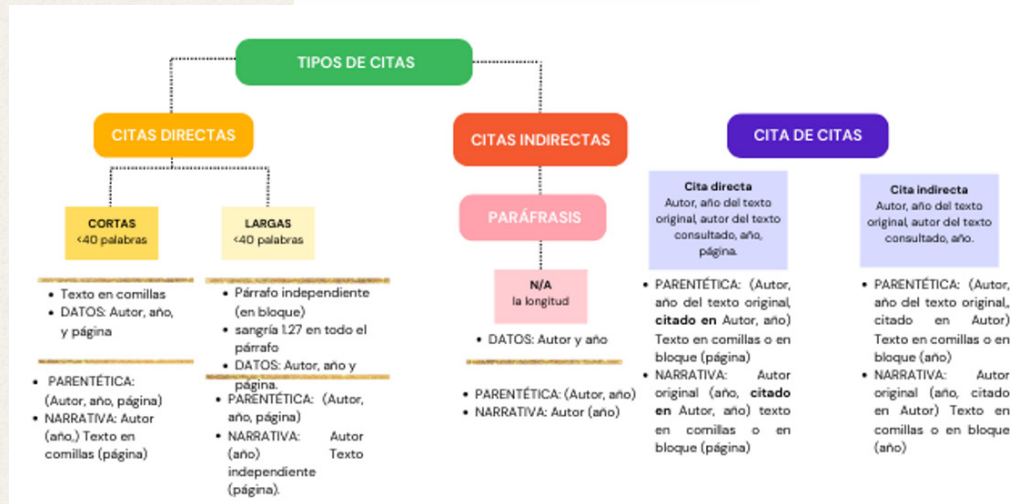
Existen diferentes estilos bibliográficos para citar (APA, AMS, AIP, VAN-
COUVER, entre otros) según la norma con la cual se rija el escrito. En ma-
temática educativa por lo general, el formato que se utiliza para citas es
el *American Psychological Association* (APA) séptima edición (APA, 2020).
Para respetar la originalidad del texto, las formas de referenciar la voz del
autor según APA son: cita directa, paráfrasis o cita de cita como se aprecia
en la figura 2:

- Colocar citas textuales menores de 40 palabras dentro del texto en donde se argumenta algo y la cita sirve de apoyo al argumento.
- Escribir citas textuales mayores de 40 palabras. Se puede colocar en un texto aparte con sangría diferente y tamaño de letra distinta.
- Parafrasear el texto. Consiste en decir la idea de otra persona, pero con tus propias palabras; después de ello se debe reconocer el origen de la idea original al colocar nombre del autor y año de publicación de donde se tomó la idea.

Existe otra manera de citar: las citas secundarias. La cita de cita no es del todo recomendable porque se puede mal interpretar lo que alguien dice del autor original por lo que se sugiere siempre ir a la fuente inicial; sin embargo, se puede dar cuando no se cuenta con dicha cita original y otro autor hace referencia de esta. Todos los tipos de citas podemos acreditarlas dependiendo si se hará basado en el autor (cita narrativa) o sobre la idea de éste (cita parentética). En la Figura 2 se esquematizan los tipos de citas descritos.

Algo a tener en cuenta en APA (2020) es que “todas las fuentes que se citan en el texto deben aparecer en la lista de referencias al final del documento” (p. 34).

Figura 2. Tipos de citas según APA (2020)



Fuente: Elaboración propia.

Es importante aclarar en el texto que se escribe cuáles son las contribuciones que se realizan por parte nuestra con base en la idea que se cita para otorgarle a nuestro escrito la originalidad que merece.

Desde el punto de vista tecnológico, existen softwares para detectar e identificar posibles plagios en textos en línea, por ejemplo: *Plagiarism Detector*, *Plagiarisma*, *Turnitin*. Los dos primeros cuentan con una versión gratuita que puede ser de mucha ayuda para poder ver si nuestro texto tiene un abuso de citas o en su defecto, plagio.

Una vez que se toma en cuenta la importancia de la citación, no se debe caer en un abuso de ésta, es decir, citar debe servir como apoyo a nuestros argumentos y las citas deben ser sólo lo suficiente para formar el escrito. Otro de los detalles que se deben de cuidar es el abuso de citar una sola referencia; en caso de que varios párrafos señalen la idea de una misma referencia, se recomienda sólo citar una vez y enmarcar qué es lo que dice dicho autor.

Cuando se haga referencia a una teoría lo recomendable es ir a la fuente original y tener un propio criterio el cual puede complementar o discutir con otros autores. No basta con leer lo que los autores escriben sobre lo que interpretan o requieren de cierta teoría.

Por último, el parafraseo no consiste en reemplazar palabras por sinónimos, sino explicar la idea con nuestras propias palabras; se permite utilizar la cita para el escrito académico-científico que originalmente se escribe.

CONSISTENCIA Y BUENA REDACCIÓN

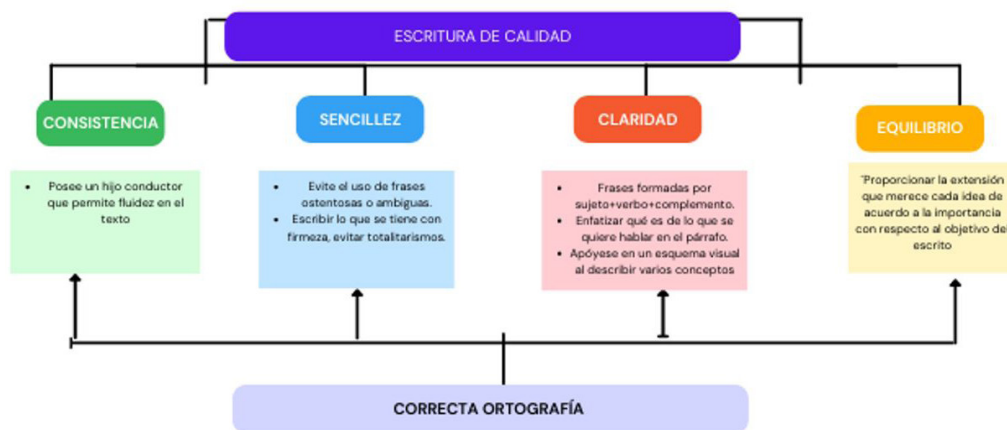
Al ser la matemática educativa una disciplina científica, también posee criterios para regular la calidad del proceso y de los productos académico-científicos. Camargo (2021) señala que son varios los factores a tomar en cuenta para asegurar un reporte de calidad sobre el trabajo, como es que sea audible (encontrar las citas que referencia), la fiabilidad o credibilidad, la consistencia, que sea viable, objetivo, pertinente, reproducible y riguroso.

Se podría hacer una investigación de calidad, pero si no se escribe con calidad se puede perder la posibilidad de ser difundida para impactar en otros trabajos de investigación y ser referencia para futuras investigaciones. Para una escritura de calidad debe ser claramente un escrito con buena redacción

y ortografía, pero además tener características identificables en la que se pueda trabajar para mejorar un escrito, por ejemplo:

- **Consistencia.** Organización del escrito de forma ordenada y sistemática. Según Camargo (2021), en relación con el proceso investigativo, con la consistencia “no se generan contradicciones en las acciones” (p. 194). Posee un hilo conductor que fluye de forma ordenada, sin saltar de un lado a otro en el cuerpo del texto.
- **Sencillez.** Que el escrito no sobresalte con frases ostentosas y ambiguas. Se debe escribir lo que se tiene firmeza de que es cierto y si algunas cosas no son del todo ciertas o se duda de su veracidad es mejor no decirlo o utilizar frases como “posiblemente”, “pudiera” o “en su mayoría”, “es de corte exploratorio”. Debe evitarse el uso excesivo de adjetivos, sin tanta reiteración; evitar perder el sentido del párrafo cuando se escribe sobre una idea,
- **Claridad.** Dado que no se es experto literario, basta con ordenar nuestras oraciones en una estructura: sujeto, verbo y complemento. Poner énfasis en lo importante, preguntarse qué quiero comunicar, cómo dar cuenta del objetivo de mi escrito. Hay que evitar desviar el tema a otros que no son relevantes para el fin de su escritura o centrarse en vaguedades. Si se tiene que describir varios conceptos, conviene apoyarse de un esquema visual que permite resumir las ideas plasmadas.
- **Equilibrio.** Cuidar la proporción de los temas dedicados en el texto. Dar la extensión que merece de acuerdo con la importancia con respecto a cubrir el objetivo del escrito académico-científico, no sólo en términos de longitud sino también de profundidad.

Figura 3. Esquema para cuidar la calidad de la escritura de un producto académico



Fuente: Elaboración propia

Reflexiones finales

En este capítulo se dan a conocer diversos roles de la literatura del desarrollo de trabajos científico-investigativos y algunas recomendaciones para cuidar la fuente original del escrito. Se partió de reconocer que la literatura adquiere diversos roles de acuerdo con el momento y objetivo que se tenga. Las recomendaciones aquí presentadas son un compendio (de más de quince años) de las experiencias de las autoras en su vida académica-investigativa.

Se reflexiona sobre la importancia de no caer en plagio y algunas recomendaciones para cuidar la calidad del escrito: consistencia, sencillez, claridad y equilibrio. Todos estos elementos son sugerencias para poder

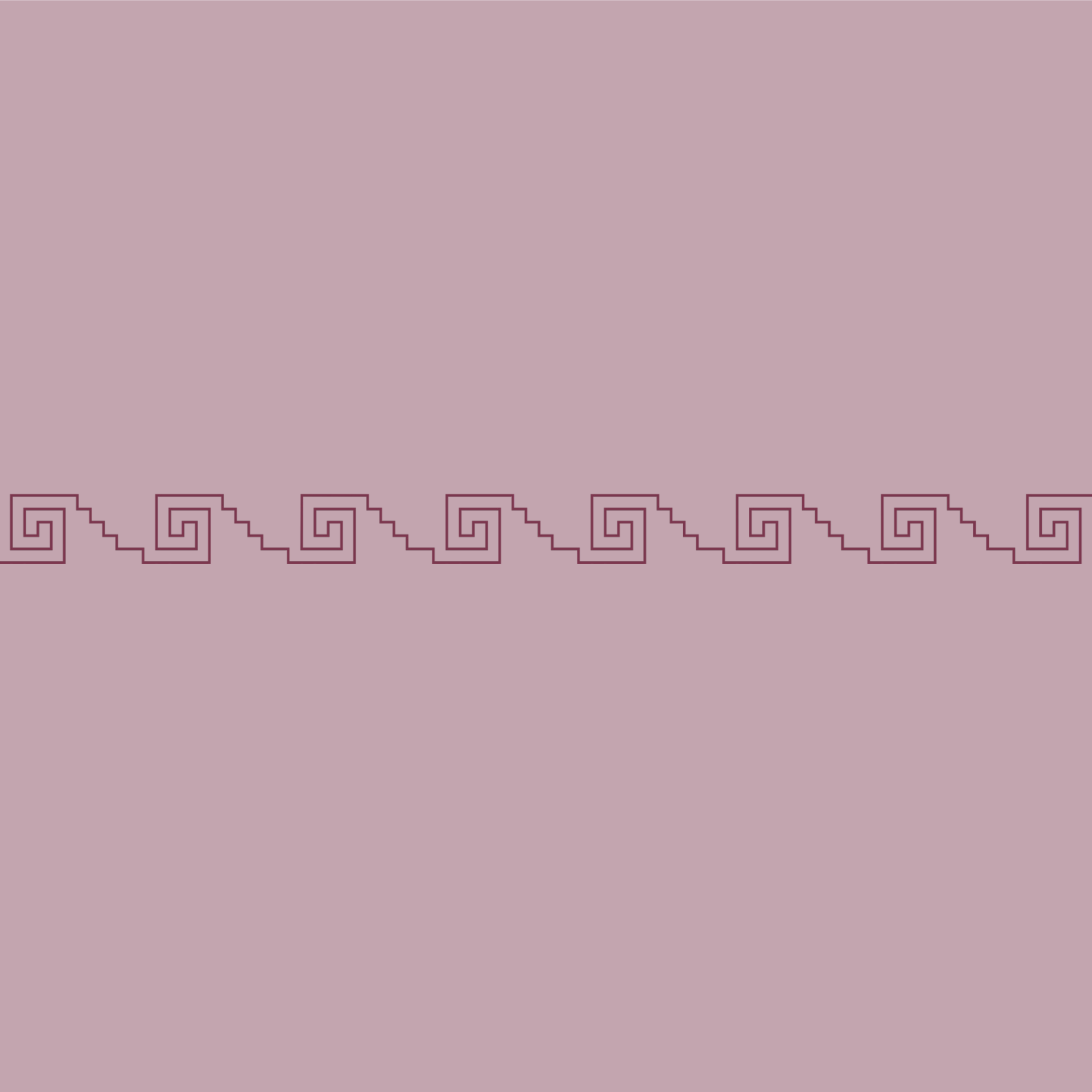
tener paso firme para no solo escribir un trabajo académico-científico, sino permitir la transmisión del conocimiento.

Cada apartado y cada momento en el desarrollo de los trabajos demanda de un ejercicio consciente y reflexivo para seguir cierta intencionalidad que deseamos comunicar en un escrito. Por ejemplo: atender a las normas, como el formato APA o el tipo de escrito a realizar, si es para una revista, una memoria de congreso o un capítulo de divulgación.

Para cuidar la calidad del escrito se debe llevar a cabo una revisión de literatura responsable al cuidar la originalidad del escrito, citar, tener conciencia de lo que se desea comunicar y hacerlo de una forma unificada, directa, vivaz, que fluya y permita al lector entender lo que se desea comunicar.

La lectura y escritura no son solo ejercicios sino insumos que nutren un trabajo de investigación. A manera de recomendación, lo más importante es reconocer que en el proceso de revisión y escritura cada momento debe reportar una coherencia, articulación y pertinencia con los hallazgos de la búsqueda. Esto también tiene congruencia con la calidad del escrito.

Concluimos que tanto la revisión de la literatura como la escritura de las significaciones se constituyen en base fundamental de todo desarrollo investigativo. Una buena revisión de antecedentes permite ubicar al investigador en el estado actual del conocimiento científico y una escritura clara difunde la investigación: sus posicionamientos teóricos, metodológicos que argumentan su postura. Por tanto, este trabajo es una invitación para realizar una estrategia de análisis profunda que pueda servir al investigador a fundamentar su trabajo.



CAPÍTULO 2.

PROPUESTA PARA EL DESARROLLO DE IDENTIDAD UNIVERSITARIA BAJO UNA CULTURA DE PAZ

Rodrigo Eduardo Moreno Parra
Jonathan Geyser Chan Azcorra
Universidad Autónoma de Yucatán

Resumen

En este capítulo exponemos el proceso, implementación y resultados de la propuesta “Rally por la paz y participación en LEM” que fue realizada por estudiantes para estudiantes de una licenciatura de formación de profesores de matemáticas (LEM), como iniciativa para contribuir a una cultura de paz ante posibles conflictos que afectan

de manera negativa con una baja participación estudiantil en eventos académicos. A partir de una *metodología de participación comunitaria* planteamos actividades para generar convivencia entre estudiantes y hacer comunidad. Obtuvimos resultados que pueden coadyuvar a una mejora en futuros eventos de la LEM, con el fin de incrementar la participación de estudiantes y la relación entre ellos mismos.

Palabras clave: Paz imperfecta, identidad comunitaria, resiliencia, proyecto comunitario, rally.

Introducción

Ortega *et al.* (2010) identificaron que el 80 % de los jóvenes universitarios en México padecían alguna enfermedad asociada con el estrés, cuyos orígenes son de corte académico y social. Sin embargo, Vinyamata (2015) menciona que muchos conflictos tienen origen en la manera de pensar, en mitos y certezas construidas mentalmente por impulsos de miedo.

En una institución superior de matemáticas (FMAT), existe una licenciatura cuyo objeto es formar a profesionales en la enseñanza de las matemáticas (LEM), en la cual se detecta que el entorno y espacios formativos en los que viven los estudiantes se ven afectados, entre otros factores, por el estrés que existe ante las exigencias escolares y poca o nula relación y compañerismo entre estudiantes de diferentes semestres o incluso entre la misma generación.

Para apoyar a la formación de los estudiantes de la LEM, la FMAT posee espacios de interacción dedicados a la reflexión de la práctica docente, la discusión de problemáticas y divulgación de productos de investigación que pudieran generarse a lo largo de la licenciatura (seminarios y jornadas de

investigación en matemática educativa, webinars de innovación en educación matemática o revistas de investigación y divulgación) así como talleres asociados a la salud mental. Sin embargo, nos hemos percatado de la poca participación que los estudiantes de la LEM tienen en estos eventos académicos extracurriculares.

Este fenómeno es preocupante sobre todo para quien se forma en el área de educación, Rojas *et al.* (2012) señala que algunas características para identificar docentes expertos radican en el interés que tengan por adquirir habilidades como el trabajo colaborativo, una continua actualización de temas que atañen a la disciplina, una activa participación en cursos de formación, talleres, implicación en procesos de investigación, innovación educativa, etc.

¿Cómo generar una cultura de participación de los estudiantes de la LEM en las actividades asociadas a la educación matemática?, ¿los estudiantes se sienten parte de la comunidad de LEM?, ¿qué debe hacer la LEM para tener una formación integral y cercana a su realidad?

Esta poca participación podría deberse a que, dentro de la comunidad LEM, no se perciben rasgos que caracterizan y permiten diferenciar la LEM sobre el resto de las licenciaturas, lo que lleva a pensar en un problema de identidad.

Costa (1993) menciona que “la idea de identidad supone la autenticidad, puesto que identidad significa, sobre todo idéntico a sí mismo” (p.7); sin embargo, la identidad no es fija ni inalterable, está en constante transformación y se origina tanto interna como externamente, según la sociedad en la que se rodea el individuo.

Por ello, la identidad se encuentra conformada por el ente del que se habla, más los aspectos sociales (la cultura) que lo envuelven, entonces ¿cómo generar un ambiente que permita la construcción de la identidad de estudiantes de la LEM?

Para dar una respuesta, en este capítulo presentamos una propuesta de actividad que permita generar una identidad LEM. En este capítulo describimos la problemática, validación, fundamentación, definición de objetivos, diseño de la actividad, implementación y evaluación.

La cultura de paz como alternativa para el desarrollo de identidad

La paz imperfecta es un proceso que reconoce el conflicto, motiva la acción y el crecimiento de la comunidad y no justifica la violencia como el medio para conseguir la paz (Muñoz, 2001). La cultura de paz usa los conflictos como base para la búsqueda de soluciones; la paz imperfecta, fomenta valores como empatía y resiliencia que lleven a la sociedad a cohesionar y a un ambiente participativo (Hernández, *et al.*, 2017). Una cultura de paz incide también en un ambiente académico, implica responsabilizar a cada comunidad de su crecimiento profesional, de la importancia de generar espacios para reflexionar sus prácticas, dialogar sus inquietudes, solucionar sus conflictos y participar activamente en dichos espacios.

Para lograr una cultura de paz, Hernández *et al.* (2017) señala los siguientes tres aspectos:

- Una actitud positiva, pues se debe mantener una autonomía, autorrespeto y autoestima para sobrellevar el conflicto.

- Una actitud analítica que permita reconocer las causas que originan controversias y diferenciar entre dilemas internos y conflictos con los demás.
- Una actitud transformadora que permita al ser humano sentir el deseo de ir más allá, para transformar el conflicto en una situación de desarrollo y bienestar.

La resiliencia comunitaria como elemento transformador en la cultura de paz

El ser humano posee diversos mecanismos de defensa biológicos y psicológicos para enfrentarse a situaciones de riesgo o incertidumbre. Cuando suceden situaciones que involucran conflictos o pongan en riesgo la integridad psicológica, física o emocional de un individuo se activa un mecanismo capaz de resistir situaciones extremas y salir airoso de ellas. Schneider (2006) llama a esta capacidad resiliencia y permite una pronta respuesta en las personas, familias, o comunidades para ser resistentes y persistentes con el fin de recuperarse ante situaciones difíciles tales como conflictos, accidentes, enfermedades, atentados, desastres naturales, etc.

Suaréz-Ojeda (2001, citado en Rueda 2020) menciona que existen tres pilares de la resiliencia comunitaria: una autoestima colectiva, identidad cultural y una honestidad estatal. La primera trata de que cada integrante de la comunidad tiene una autoestima; generalmente se diferencia de los demás miembros, sin embargo, van a haber ciertas características compartidas que enorgullecen y honran a la comunidad, esto a su vez genera una empatía compartida y un apoyo. La segunda es sobre la existencia de ciertas características usos y costumbres que identifica a la comunidad, casi como una cultura muy particularizada. Por último, la honestidad estatal es, a grandes

rasgos, el respeto y admiración que existe entre cada una de las autoridades que representa a la comunidad y a los individuos que la conforman.

Morales (2015, citado en Rueda 2020) menciona que es importante que en el ambiente escolar se fomente una relación de respeto con sus pares, para la formación de una identidad y así afrontar situaciones de conflicto como una comunidad unida. Por ende, este autor describe que el haber desarrollado una resiliencia comunitaria permite que se puedan mitigar factores de riesgo, ya sean sociales, escolares o comunitarias; del mismo modo permite establecer vínculos de respeto y afecto entre los miembros, se construye y ayuda a fortalecer la resiliencia comunitaria, brinda apoyo emocional, espacios seguros para la participación de la comunidad escolar y se crea una identidad comunitaria. Como se puede apreciar, la resiliencia comunitaria puede ser un pilar en el desarrollo de la propuesta que se desea generar para mejorar la participación en eventos extracurriculares de la LEM.

Desarrollo de la propuesta en torno a una cultura de paz

Hicimos una propuesta de resiliencia comunitaria que apoye a generar espacios en donde se desarrolle la identidad LEM, se consideró bajo el fomento de una cultura de paz, en un ambiente académico. Para ello primero realizamos un consenso de los beneficiarios sobre la identidad de un LEM, y luego una propuesta de una actividad que pueda generar un espacio lúdico de interacción entre ellos.

VALIDACIÓN DE LA IDENTIDAD LEM: ¿QUÉ SIGNIFICA SER LEM?

Realizamos una encuesta a la población de estudio y obtuvimos algunas características sobre lo que es ser un LEM; mostramos algunas respuestas que tuvieron mayor incidencia: *Amor por el arte de enseñar*: enseñar es

aprender dos veces, se puede aprender también del que aprende. *Constante evolución*: búsqueda de una constante actualización en su formación. *Pensar de forma diferente*: una formación más formal en el campo de las matemáticas y en la didáctica genera una forma diferente de razonar, resolver problemas y determinar posibles soluciones. *Ser expresivo y de buena comunicación*: trata de usar palabras adecuadas a la situación y el contexto, y comunicar de forma asertiva.

De igual manera realizamos entrevistas con profesores que impartían asignaturas relacionadas con la LEM, para identificar los posibles actores que influyen en la problemática y proponer una vía de solución. Dentro de las respuestas destacó que los estudiantes tenían baja participación en actividades extracurriculares relacionadas con su carrera; observamos poca interacción del cuerpo estudiantil de la LEM entre sus diversos integrantes de los diferentes semestres, existen subgrupos de estudiantes en diferentes semestres y pocas áreas de convivencia y desenvolvimiento social para ellos

OBJETIVOS DE LA PROPUESTA

Posterior al diagnóstico participativo que realizamos con las encuestas y entrevistas, indagamos sobre una propuesta de intervención comunitaria para abordar la problemática. A continuación, detallamos algunos conceptos que consideramos pertinentes:

Kraus y Curtis (2000), como se citó en Morena y Serrano (2007), definen a la recreación humana como acciones voluntarias en su tiempo libre que son placenteras, que ayudan a la socialización, relajación, disminuir el estrés y a desarrollar la salud física, mental, y emocional.

Por su parte, Morena y Serrano (2007) están de acuerdo en que un rally es una actividad que incentiva estas acciones humanas y, por lo tanto, permite integrar la mente, el cuerpo y el espíritu para establecer relaciones sociales entre personas o grupos.

Por tanto, un rally tiene la intención de fomentar un espacio extracurricular seguro y libre para la socialización, integración y cohesión entre los estudiantes de la LEM que a su vez ayuda a fomentar y establecer una identidad colectiva, desde una perspectiva de la resiliencia comunitaria.

Debido a que consideramos que un rally tiene el potencial de fungir como un catalizador en la interacción, convivencia y la cohesión, la propuesta se denominó “rally por la paz y participación en LEM” cuyo objetivo fue generar la participación mediante actividades lúdicas.

El objetivo general de la propuesta que aquí explicamos es promover la interacción, cohesión y respeto entre estudiantes de la LEM para fomentar la creación de una identidad colectiva escolar. Con el rally no se pretende cumplirlo, pero sí es un primer paso para abordar el objetivo general con actividades extracurriculares que fomenten la cohesión social del cuerpo estudiantil que conforma la LEM.

DISEÑO DE LA ACTIVIDAD E IMPLEMENTACIÓN

Diseñamos una serie de actividades cuyos propósitos se describen a continuación: La actividad de introducción fue para romper el hielo y realizar un primer acercamiento entre los participantes, sugerimos el contacto físico y el intercambio de ideas. Además de socializar a partir de reconocer o identificar características específicas que compartían. En la segunda actividad los

participantes, mediante el trabajo colaborativo, interactuaron entre sí a partir de la resolución de ejercicios matemáticos. Como se aprecia en la figura 1.

Figura 1. Estudiantes de la LEM en la actividad 2.



Fuente: Imagen tomada por los autores. Lugar: FMAT, mayo 2023.

En la actividad 3, los LEM realizaron ejercicios matemáticos para reforzar la identidad en cuanto a la importancia de la enseñanza de las matemáticas, figura 2.

Figura 2. Estudiantes de la LEM en la actividad 3.



Fuente: Imagen tomada por los autores. Lugar: Fmat, mayo 2023.

En la actividad 4, el objetivo fue promover la interacción y afianzar la relación entre los participantes a partir de resolver ejercicios básicos de matemáticas.

El *cierre* se efectuó mediante el rally, con una dinámica que permitió escuchar las reflexiones y aprendizajes que se llevaron los estudiantes

Dadas las actividades y la población beneficiaria, realizamos invitaciones, en forma digital, en las páginas oficiales de asociaciones estudiantiles y grupos de WhatsApp. También los invitamos de forma oral, en aulas de la LEM.

La implementación del proyecto se realizó a finales de semestre y después de clases, con una duración de 60 minutos, con la intención de que los participantes tuvieran una mayor disponibilidad en horarios. Se realizó la actividad sin inconvenientes, aunque esperábamos una población mayor, sin embargo, se prosiguió con el Rally planeado y con la población voluntaria a participar.

EVALUACIÓN DEL RALLY

Después de la ejecución de las actividades, evaluamos el proyecto con un cuestionario que fungió como instrumento para evaluar el impacto de la acción comunitaria, como ha establecido Rebollo *et al.* (2016) en la guía para la evaluación de acción comunitaria. Dicho cuestionario fue distribuido a los participantes por medio de WhatsApp

Tras el proceso de evaluación pudimos identificar que el rally propició la interacción y fomento la cohesión entre los participantes. Sin embargo, también identificamos algunos aspectos que pudieron influenciar el desarrollo del proyecto, tales como: poca difusión. La mayor parte de los participantes asistieron por invitación presencial y no por la que se realizó a través de las redes sociales o medios electrónicos.

Los participantes mencionan que el fin de semestre pudo haber influenciado en la baja participación, ya que la mayoría de las secciones están en el proceso de entrega de proyectos o exámenes finales lo que hace que haya menos asistencia a las clases presenciales.

Los estudiantes solo participan si tiene algún incentivo en términos de calificación o premio, por lo que se concluye que no perciben a las actividades extracurriculares como algo que fomente su identidad LEM.

INTERPRETACIÓN Y DISCUSIÓN

Los resultados obtenidos fueron los previstos; la baja participación de los estudiantes está relacionada con la identidad de la comunidad estudiantil, ya que al no haber un consenso sobre las características que los conforman existe un “miedo” a relacionarse con sus pares por los pensamientos de “no saber cómo afrontar situaciones que generen conflictos”. En este sentido

también observamos que las actividades del *rally* fomentaron, en gran medida, la unión de los participantes, es decir, su participación, un espacio seguro para el desenvolvimiento social, espacio para el diálogo a partir del respeto mutuo, consenso en lo que “consiste” ser estudiantes de la LEM y resolución de conflictos mediante el diálogo o vías alternas.

No obstante, se requiere prestar atención a este tipo de proyectos que promuevan, apoyen y consoliden un camino hacia una cultura de paz para que sean más duraderas y reales las interacciones entre una comunidad, ya que esto da pie a una resolución de conflictos de forma pacífica y mantiene un espacio seguro para la participación (activa y proactiva) de la comunidad estudiantil LEM.

Pese a la baja participación quedó claro que durante la implementación del proyecto y en la evaluación, los participantes nos hicieron saber que les hubiera gustado que se invitaran a más estudiantes de otras licenciaturas de la FMAT.

Reflexiones finales

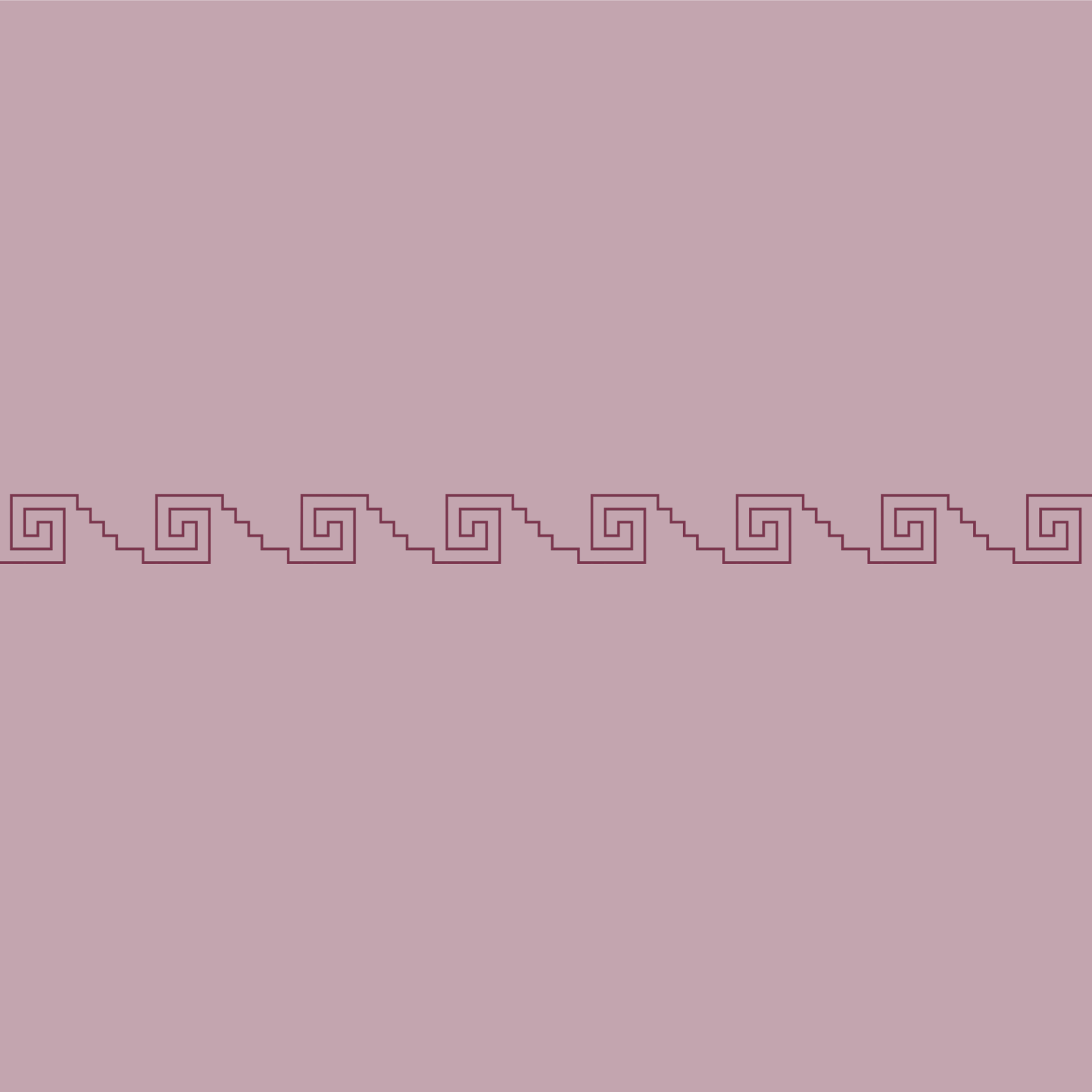
Esta propuesta evidenció las actitudes de los estudiantes frente a las actividades adicionales a su malla curricular; diversos factores no permitieron que se ejecutara de la mejor manera. Son imprescindibles los espacios seguros de convivencia para que se fomente la paz, la integración, cohesión y se genere una identidad que permita afrontar los retos y desafíos que puedan definir un estudio universitario.

La importancia de tener una identidad estudiantil universitaria es un aspecto que debe tomar relevancia, tanto para los alumnos, como para los docentes y directivos de las instituciones educativas, esto para empezar

a encaminarse hacia una cultura de paz. Esta misma no solo radica en las gestiones académicas para los estudiantes, sino también en fomentar relaciones interpersonales entre el cuerpo estudiantil para generar respeto, crear espacios seguros de esparcimiento social y una idea compartida de lo que es ser un estudiante universitario y en específico de su propia carrera.

Concluimos que un LEM posee identidad personal y colectiva que se ve reflejada en la cohesión y la participación en actividades diseñadas para ellos. Sin embargo, crear esta identidad requiere apoyo de un grupo multidisciplinario de especialistas en el área de psicología, matemáticas, sociología, etc., que conformen el grupo diseñador, ya que tuvo un carácter social limitado porque fue diseñado por estudiantes de noveno semestre quienes tienen una formación en las áreas de la matemática y la didáctica.

Las investigaciones y proyectos que atienden problemáticas sociales en torno a una cultura de paz, en la formación académica, son relativamente nuevas en esta última década. Los proyectos que tienen el objetivo de promover un espacio seguro y de paz en comunidades estudiantiles son a partir de fomentar una identidad comunitaria, por lo que esta propuesta puede servir como referente para futuras investigaciones que abarquen cuestiones de una cultura de paz y su influencia directa en la participación estudiantil en actividades que fomenten el desenvolvimiento y la integración de unidad identidad colectiva.



CAPÍTULO 3.

ESTRATEGIA MEDIADA POR GEOGEBRA PARA LA RESOLUCIÓN DE RAÍCES CUADRADAS CON EL MÉTODO BABILÓNICO

Amairani Aguilar Espinoza
Universidad Autónoma de Chiapas

Resumen

En este capítulo presento los resultados de una actividad para la resolución de raíces cuadradas mediada por GeoGebra con el método babilónico. La propuesta fue implementada con estudiantes del tercer año de la secundaria del estado Josefina García en Comitán de Domínguez,

Chiapas. Aplicamos la actividad construida en GeoGebra y, para dar cuenta de los resultados de la intervención, planteamos el factor de Hake como instrumento de medición. Pudimos observar que la tecnología favoreció el aprendizaje de la raíz cuadrada en los estudiantes, pues se atrajo la atención y concentración de los estudiantes en el grupo de control. Se obtuvo una ganancia de Hake con un valor de 0.5135, lo cual indica un panorama alentador sobre la implementación realizada. Si bien la ganancia no estuvo dentro del rango alto, las calificaciones subieron un porcentaje significativo, lo cual nos llevó a concluir, de manera cuantitativa, que la inclusión de GeoGebra del método babilónico favorece a la resolución raíces cuadradas en la muestra seleccionada.

Palabras clave: Gráficos dinámicos, método babilónico, raíz cuadrada.

Introducción

El bajo nivel que existe en relación con el tema de raíz cuadrada, en el contexto en el que la investigación se desenvuelve, utiliza un análisis de los resultados de la prueba EXCALE. Aunque la prueba se ha dejado de aplicar desde el año 2012 para el nivel de secundaria, esta refleja la situación para la temporalidad 2020-2021 del ciclo escolar en el que laboro. Entre los objetos matemáticos que se evaluaron en estudiantes de tercer año de secundaria fue identificar la capacidad de resolver problemas de cálculo de la raíz cuadrada de números naturales y de la ecuación de la forma $ax^2 + bx + c = dx^2 + ex + f$.

De acuerdo con los reportes de los resultados en la EXCALE, el contenido evaluado, respecto al cálculo de raíces cuadradas aplicado al cálculo del perímetro de un rectángulo, fue reportado como el tipo de ítems de porcentaje más bajo de éxito en la República Mexicana. Según el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación [INEE] (2012), para la resolución de

problemas con raíz cuadrada el porcentaje promedio nacional para el nivel secundaria fue de 17 %, incluido el subsistema estatal.

En el caso particular de los estudiantes del tercer año de la escuela secundaria del estado Josefina García, resolver este tipo de problemas sigue representando una dificultad. Realicé un diagnóstico a los estudiantes sobre los conocimientos que tienen de la raíz cuadrada y fueron evidentes las dificultades que tienen para obtener el cálculo de raíces cuadradas de números negativos, lo cual también se ve reflejado en la evaluación EXCALE. Aunado a eso, otras dificultades que están presentes en nuestro contexto coinciden con las reportadas por una investigadora:

- La extensión de las propiedades de la igualdad es extendida hasta la radicación.
- La raíz cuadrada de un número negativo elevado al cuadrado es él mismo por lo que es válido $\sqrt{a^2} = a$
- La ecuación $x^2 - 4 = 0$ tiene una sola solución.
- La expresión representa una división en la cual se encuentra la mitad del número dentro del operador. (Colín, 2008, pp. 5-6).

Cuando se les solicitaba que calcularan la raíz de un número que no tenía una raíz cuadrada exacta, los estudiantes dieron como resultado el número de la raíz entera más próxima; por ejemplo, para $\sqrt{15}$ la mayoría comentaban que el resultado era 3, que es la raíz de cuadrada de 9, pero no decían que era casi 4, que es la $\sqrt{16}$.

Es por ello por lo que el presente capítulo muestra los resultados de la implementación de una actividad para favorecer el aprendizaje de la raíz

cuadrada a través de la incorporación de gráficos dinámicos que retoman el método babilónico en GeoGebra.

Partí de reconocer que la visualización en tiempo real de la manipulación de las distancias en los segmentos de figuras geométricas rectangulares permite incorporar el método babilónico como un argumento que coadyuva al estudiante a tener menos complicaciones al momento de resolver la raíz cuadrada de un número entero positivo. De ahí me surgió la pregunta ¿en qué medida la interacción con una actividad diseñada con gráficos dinámicos que se realiza con el método babilónico favorece el aprendizaje de la raíz cuadrada?

Antecedentes

Colín (2008) hizo un estudio de la raíz cuadrada desde la aritmética al cálculo y centró su investigación en el desarrollo del pensamiento y el lenguaje variacional. El tema de investigación surgió a partir de las respuestas de los estudiantes de nivel universitario sobre ejercicios que involucran raíz cuadrada. Su objetivo era elaborar descripciones y explicaciones sobre el funcionamiento del sistema didáctico: saber-profesor-estudiante. Para conocer las respuestas de los estudiantes, Colín realizó un análisis cognitivo, epistemológico y didáctico. Las preguntas que realizó la investigadora estaban relacionadas con el significado de la raíz cuadrada en diferentes contextos: lo aritmético, lo algebraico y lo funcional.

Los resultados de la investigación de Colín permitieron construir una idea previa de los conocimientos que traen los estudiantes del tema de raíz cuadrada y cómo estos pueden constituirse en un obstáculo. Existen errores recurrentes como: $\sqrt{(-4)} = -2$ o $\sqrt{(3^2 + 4^2)} = \sqrt{3^2} + \sqrt{4^2}$ lo cual lleva a que se

obtengan resultados que se alejen de lo esperado, como se puede observar más adelante, en algunos de los resultados del *pre-test*.

Por su parte, Gamboa (2013) propone una Descomposición Genética (DG) y un modelo cognitivo mediante el cual un estudiante puede construir un concepto que permite explicitar aquellas construcciones y mecanismos mentales que hipotéticamente el estudiante pone de manifiesto al construir la raíz cuadrada como objeto. Para ello, Gamboa (2013) construyó un instrumento basado en los mecanismos y construcciones mentales presentados en la DG hipotética cuyo interés fue recoger datos que evidencian el tipo de construcción mental que poseían los estudiantes. Como resultado, concluyó que existe una falta de coordinación de procesos entre lo geométrico y aritmético para una generalización en la parte algebraica. Además, la investigación de Gamboa (*op. cit.*) permitió observar el tipo de conocimientos que los estudiantes en una investigación tienen sobre un determinado tema. Mediante la DG se pudo reconocer cómo los estudiantes comprenden y construyen un concepto a partir de ciertas habilidades previas cognitivas.

Por otra parte, Castellanos y Franco (2013) estudian el algoritmo babilónico como estrategia de enseñanza para aproximar la raíz cuadrada. Para iniciar se obtuvo la raíz de la medida del área de un rectángulo y luego la medida de la base y la altura por medio de la media aritmética de ambos hasta aproximarse a las medidas de un cuadrado.

El método babilónico trabaja mediante un algoritmo geométrico que ofrece una comprensión en el desarrollo de la raíz por medio de cuadrar rectángulos. Esta idea nos llevó a considerar que visualmente este proceso iterativo puede ser muy atractivo para el estudiante, además de que puede

representar un reto cuando se plantee la búsqueda de los valores del rectángulo, más aún si el reto incorpora gráficos dinámicos, gráficos que pueden enriquecerse a través de programas como GeoGebra.

Algunas de las ventajas para la enseñanza de la matemática que permite el uso de GeoGebra son las siguientes:

- Desde el punto de vista de su utilidad, la gran ventaja de GeoGebra es que usa características programas matemáticos, por ejemplo, un DGS y un CAS (Sistema de Álgebra Computacional). Significa que los comandos pueden ser introducidos de dos maneras: Con el ratón (como en los DGS) y con el teclado (como en los CAS).
- Es de muy fácil aprendizaje y presenta un entorno de trabajo agradable, permite observar en simultáneo las distintas representaciones semióticas de un objeto matemático (gráfica, algebraica, tabular).
- Los estudiantes pueden realizar sus gráficas con alta calidad, cualquier cambio sobre el objeto matemático afecta a su expresión matemática y viceversa. Los deslizadores son elementos con un gran potencial, ya que permiten controlar animaciones con una cierta facilidad porque ya sea la rotación de un triángulo, traslación de un punto, homotecia de un segmento, por animación se pueden ilustrar muchísimas propiedades.
- Posee íconos que permiten introducir de manera práctica los datos que se presentan en los ejercicios, lo que posibilita realizar simulaciones y animaciones que pongan en evidencia una propiedad. También conduce a aplicar cambios externos e internos, luego de concluido el ejercicio sin que estos permitan que los datos anteriores desaparezcan de la vista algebraica.

- Es eficaz para favorecer metodologías activas y participativas. (Aguilar, 2015a, p. 28-29)

De acuerdo con los hallazgos de Aguilar (2015a), podemos inferir que utilizar GeoGebra tiene múltiples ventajas y es de gran ayuda para que los estudiantes empiecen a familiarizarse con los recursos tecnológicos. Los deslizadores que este recurso ofrece pueden ser utilizados de una forma dinámica, ya que nos permiten jugar con los valores y visualizar los cambios que se hacen en ellos de una forma animada, lo cual, en esta investigación, permite un primer acercamiento con la herramienta y con el concepto de raíz cuadrada.

Es así como en esta investigación, consideramos pertinente hacer uso del método propuesto por Castellanos y Franco (2013) para la resolución de raíces cuadradas. Planteamos utilizarlo para estudiantes de secundaria, porque es donde este tema se comienza a tratar. Pero en este caso, se incluyó el uso de GeoGebra, mediante gráficos dinámicos y el algoritmo babilónico se pudo obtener una visualización en la variación de los catetos de figuras geométricas que aluden a la resolución de raíz cuadrada para números enteros positivos.

Aspectos conceptuales

En este apartado abordamos cómo se relaciona la tecnología en la docencia, sobre GeoGebra y gráficos dinámicos, en los cuales basamos la investigación de este capítulo.

Tecnología en la docencia

Los conocimientos que los maestros tienen sobre la tecnología deben ser relevantes para que puedan orientar a sus estudiantes a aprender con

herramientas tecnológicas. Por ello, es necesario que los profesionales de la educación se preparen y actualicen en el tema. Sin embargo, muchos profesores son tradicionales y van en contra de usar la tecnología en la educación; ello podría ocasionar que los estudiantes no exploren otras posibilidades que ofrecen estas herramientas.

Avendaño *et al.* (2015), luego de la aplicación de su instrumento en profesores del nivel básico en la Meseta Comiteca de Chiapas para identificar los conocimientos sobre las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (TIC), usó de las TIC, equipamiento tecnológico del aula y uso del celular. La investigación concluyó que, dentro de los factores que se consideran determinantes para la falta de utilización de las TIC en el aula, son los profesores porque se oponen al cambio.

En particular, después de la observación que realicé en la Escuela Josefina García de la ciudad de Comitán de Domínguez coincido en el aspecto señalado por Avendaño *et al.* (2015). Considero que los estudiantes tienen habilidades que se están rezagando en las aulas debido a que sus profesores no fomentan la realización de actividades interactivas e innovadoras como las que involucran GeoGebra y otros recursos tecnológicos. Donde el estudiante puede construir su propio conocimiento (ver figura 1).

Este software es libre, esto quiere decir que no tiene ningún costo. Puede ser un elemento que beneficie la actividad que realizan los profesores. Además, su entorno es amigable con las personas que no son expertas en su uso.

Figura 1. Una estudiante realiza la secuencia en su casa.



Fuente: Aguilar (2022).

Es en este sentido, la propuesta se hace con GeoGebra como una alternativa para que los profesores lo puedan incorporar en la enseñanza del nivel básico en Chiapas. Esto implica que los profesores cambien el paradigma de no usar las herramientas tecnológicas que tienen a su alcance. Gamboa (2011) reconoce que la inclusión de la tecnología en la educación debe forzosamente cambiar el paradigma pedagógico que se implementa; él afirma que se necesita cambiar el modelo educativo que prioriza la transmisión y que el estudiante construya su aprendizaje.

Por otro lado, en México se ha considerado como un elemento importante la incorporación de las TIC en la educación básica. Por ende, es necesario mantener una mirada fija ante esa incorporación para determinar si realmente se está consiguiendo una eficacia y eficiencia satisfactoria, de acuerdo con la perspectiva del profesor, del uso de los recursos tecnológicos en la educación (Avendaño *et al.*, 2015).

Además, las TIC son un recurso necesario e indispensable en la educación; por eso, es urgente que los profesores del nivel básico en su formación inicial desarrollen la competencia con estos recursos, de manera que les permita realizar clases más dinámicas y que vayan acorde con las innovaciones que les exige la actualidad en este sentido:

(...) los maestros reconocen las bondades de las TIC, pero sólo a nivel discursivo, ya que en la práctica no las utilizan y no se esfuerzan por hacerlo, mucho menos por reflexionar sobre la importancia que tiene su labor en la sociedad del conocimiento de la que forman parte activa y fundamental (Andrade, 2013, p.12).

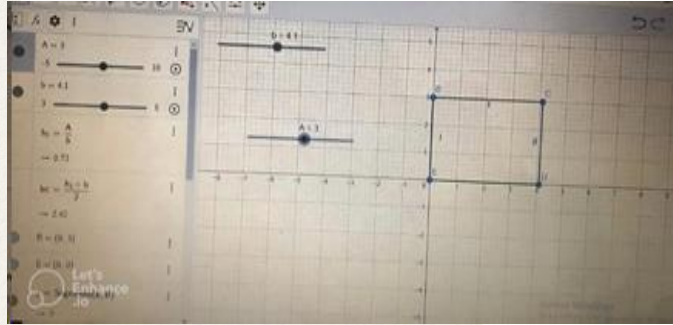
Por tanto, considero que este trabajo de investigación puede aportar evidencia de índole estadística a los profesores del nivel básico para la región comiteca que les permita reconsiderar el uso de la tecnología, la capacitación y la innovación para el aula de matemáticas y no limitarse solo a una creencia de un posible beneficio de su uso.

Geogebra y gráficos dinámicos

Para los estudiantes una clase tradicional resulta monótona, aburrida y con poco dinamismo, lo cual conlleva a que se obtenga poca comprensión del tema que se trabaja en el aula. Para ayudarlos a entender mejor el tópico matemático, en este capítulo, consideraré que GeoGebra es de gran ventaja para ayudar a un mejor entendimiento, ya que ofrece un dinamismo.

En este software se puede realizar análisis y demostraciones mediante la manipulación de gráficos. A través de GeoGebra se construyen gráficas para realizar modificaciones de forma dinámica, para dibujar figuras a partir de diversos elementos como: puntos, segmentos o rectas como se ve en la figura 2.

Figura 2. Trabajo realizado por estudiantes en GeoGebra.



Fuente: Aguilar (2022).

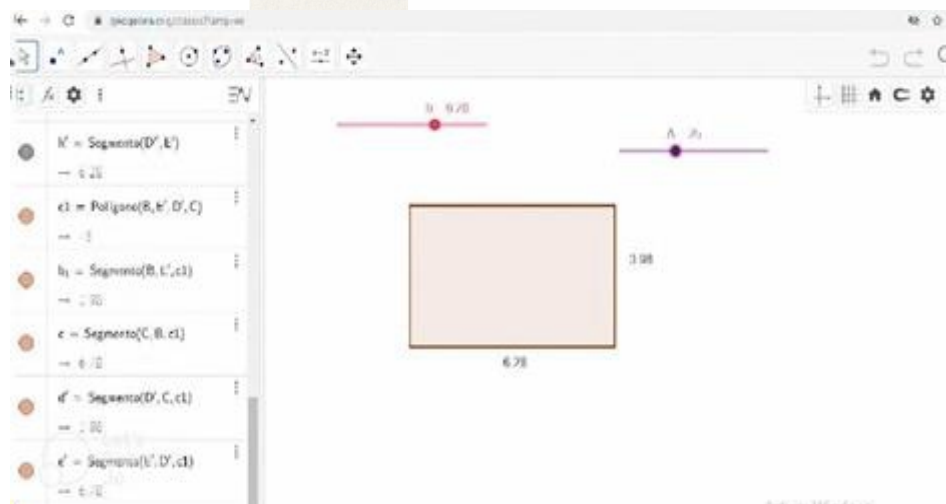
Esta herramienta permite visualizar las ediciones o cambios que se realizan en las expresiones y representaciones. Además, dispone de una interfaz amable compuesta de diferentes estilos que se pueden aplicar a los objetos, ya sea el color, la transparencia o el grosor y dan dinamismo a la puesta en escena de la clase (Rodríguez, 2020).

Barahona *et al.* (2015) muestran un estudio de la influencia del uso de GeoGebra en la enseñanza de la matemática en un curso de la carrera de Ingeniería en Industrias Pecuarias en Ecuador. Los investigadores concluyeron que el software contribuye en la mejora de los resultados de aprendizaje de los estudiantes, al ser una herramienta que motiva el trabajo constructivista y colaborativo. Además, Cotic (2014) considera a GeoGebra como un puente para aprender matemática, haciendo foco en la necesidad de los cursos de capacitación. Este software dinámico ha permitido generar secuencias didácticas que motivan a los estudiantes, para conjeturar y descubrir regularidades

sobre propiedades y relaciones entre los elementos esenciales de cuerpos y figuras geométricas.

En este trabajo se empleó GeoGebra ya que, por un lado, es un entorno visual que favorece la incorporación de los elementos gráficos que complementan lo algorítmico y, por el otro, permite al estudiante manipular figuras geométricas dinámicas. Esto significa que, en tiempo real, la forma del gráfico cambiará mediante la manipulación del usuario (ver figura 3).

Figura 3. Actividad propuesta.

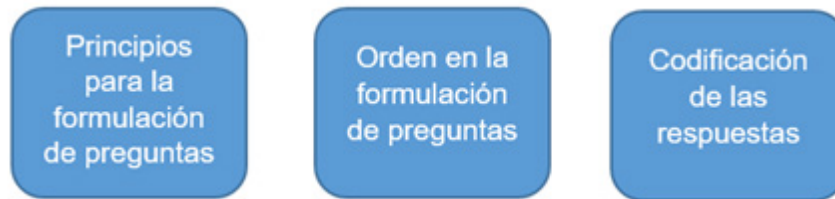


Fuente: Aguilar (2022).

Aspectos metodológicos

Para este apartado hice dos cuestionarios, el primero con diez preguntas, el cual sirvió como *pre-test*, y el segundo con cinco preguntas, el cual sirvió como *post-test*. Ambos se construyeron siguiendo las indicaciones de García (2003) para el orden, lenguaje y codificación en las preguntas. El objetivo era identificar los avances en torno a la comprensión de la raíz cuadrada en un entorno de gráficos dinámicos mediados por GeoGebra. Las preguntas fueron de tipo abierta, cerrada y opción múltiple, en las cuales se hicieron preguntas puntuales de aprendizaje y se plantearon ejercicios relacionados con el cálculo de la raíz cuadrada (ver figura 4).

Figura 4. Criterios usados para la elaboración del cuestionario.



Fuente: García (2003).

Por los principios, García (2003) menciona que:

No se debe recoger más información que la necesaria para el problema que se investiga o evalúa. Ha de haber una relación clara entre cada ítem y el problema a evaluar. Cada cuestión debe incluir únicamente un aspecto, para no inducir a equívocos. “Las preguntas

deben de referirse preferentemente a un sólo aspecto o relación lógica”. Las cuestiones se han de redactar de forma clara, comprensible, precisa e inequívoca. Esto implica: lenguaje sencillo, frases de estructura elemental y expresión clara. Los ítems, que impliquen determinados conocimientos más o menos técnicos, deben ir precedidos de otros que permitan establecer si se poseen o no; así se evitará que los sujetos contesten al azar dando la impresión de que los poseen. Conviene, en estos casos comenzar el ítem ofreciendo la información necesaria sobre tales conocimientos. Las cuestiones que impliquen “deseabilidad social” deben de hacerse de forma que permitan recoger la respuesta sincera: evitando preguntas directas que impliquen juicios de valor. (p. 14).

Para el orden en la formulación de preguntas, García (2003) señala que: no se debe comenzar con preguntas difíciles. Para favorecer la motivación se debe comenzar con preguntas fáciles, las más generales suelen colocarse en primer lugar, mientras que las vagas y generales pueden ser confusas para los entrevistados. A veces es conveniente realizarlas de forma concreta. Todas las que hablen sobre un aspecto o dimensión deben estar juntas. Se debe evitar colocar preguntas en las que la respuesta de una pueda influir en el sentido de la respuesta de otra (García 2003, pp.15-16).

De la codificación, *García (op. cit.)* dice que, dada la necesidad de tratamiento automatizado de la información, a través de aplicaciones informáticas, es conveniente que el formador de formadores prevea esta circunstancia al diseñar el cuestionario, con el objetivo de efectuar un tratamiento automatizado de los datos recogidos en el cuestionario.

Para que los datos pudieran codificarse fácilmente, le proporcioné un número a cada pregunta a cada una de las alternativas. García nos indica dos ejemplos de preguntas precodificadas, (como muestro en la figura 5).

Figura 5. Codificación de los ítems en las pruebas (pre-test y post-test).

22. ¿Ha realizado otro Programa de Formación en la empresa donde trabaja actualmente?
1. Si. () 2. No ()
23. Cuando se enfrenta Vd. a un problema en su trabajo, para resolverlo recurre generalmente a:
- 1 Su superior inmediato.
 - 2 Su propia experiencia.
 - 3 Sus compañeros.
 - 4 Los manuales de políticas y procedimientos.
 - 5 Otra fuente (especificar) _____

Fuente: García (2003, p.19).

Para el tercer grado de secundaria los estudiantes ya debieron haber visto el tema raíz cuadrada. Por ello, el contenido matemático de las preguntas se retoma de la revisión bibliográfica que sugiere la Secretaría de Educación Pública (SEP) para la trayectoria previa al tercero de secundaria. Ambas pruebas fueron aplicadas a un grupo de quince estudiantes inscritos en tercer grado de la Escuela Josefina García, turno vespertino de la ciudad de Comitán de Domínguez, Chiapas.

Dividí al grupo en dos partes, una de siete estudiantes que configuraron el grupo de control y la otra de ocho que configuraron grupo de experimentación.

A ambos grupos se les aplicó el *pre-test*, cuyos resultados se analizan en el siguiente apartado.

Después de aplicar el *pre-test*, realicé sesiones con los estudiantes del grupo de experimentación, de manera particularizada, en el domicilio de algunos de ellos (los que tenían computadora) y los que no tenían, realizaron la interacción con la actividad de GeoGebra en mi domicilio. Esta actividad tomó más de dos semanas. Después de concluir la interacción con la actividad de GeoGebra, apliqué el *post-test* a todo el grupo. El análisis de los resultados se presenta en el siguiente apartado.

Para determinar el grado de favorecimiento en los estudiantes, opté por usar el factor de Hake (g) el cual permite establecer la ganancia en el aprendizaje de los estudiantes (Roblero-Wong, 2013). Consideré que podría ser un elemento que permita conocer si la interacción con los gráficos dinámicos en GeoGebra favorece la resolución de raíz cuadrada en números enteros positivos.

La ganancia normalizada es la razón entre la diferencia de promedios (final e inicial) y el 100 % menos el porcentaje promedio de la prueba inicial. La ganancia se establece en tres rangos, a saber: Baja ($g \leq 0,3$), Media ($0,3 < g \leq 0,7$), y Alta ($g > 0,7$) (Castañeda *et al.*, 2018). La ganancia normalizada evita el problema de comparar entre estudiantes, que empiezan un curso, mejor preparados que otros.

Además, es útil para determinar si un método de enseñanza es eficiente en cuanto al aprendizaje, pues lo que importa es la ganancia respecto del conocimiento inicial y no la calificación precisa de los estudiantes (Roblero-Wong, 2013). Hay que señalar que cualquier ganancia superior a 0.3 sugiere un

panorama alentador en relación con el aprendizaje de los conceptos y la eficacia de la metodología empleada (Ramírez y Santana, 2014 p.73).

Interpretación y discusión

ANÁLISIS DEL PRE-TEST

De manera general, el cuestionario *pre-test* que pretendía identificar cómo los estudiantes resuelven las raíces cuadradas y su comprensión puso en evidencia que efectivamente los estudiantes cometen muchos errores, no conocen un método para resolver la raíz cuadrada y tienen conceptos erróneos del tema. Además, a muchos de ellos no se les ha enseñado el concepto, ni una forma de resolver una raíz por ellos mismos, sino que, simplemente saben sacar la raíz mediante la calculadora, lo cual se pudo observar en varias de las respuestas. En conclusión, la respuesta de los estudiantes puso en evidencia que ellos tienen serios problemas con el tema raíz cuadrada; el tema puede parecer muy básico, pero la realidad es que aún existen muchas concepciones erróneas por parte de los estudiantes.

ANÁLISIS DEL POST-TEST

Este cuestionario se aplicó a los estudiantes del grupo de control y al de experimentación (quienes ya habían cursado actividades con la estrategia antes expuesta). El cuestionario tenía cinco preguntas y en total participaron quince estudiantes (siete en el grupo de control y ocho en el experimental). A continuación, se presenta la tabla 1 con el tipo de reactivo presentado y el porcentaje de respuestas correctas e incorrectas por cada uno de los grupos.

Tabla 1. Comparativo de respuestas incorrectas obtenidas del Post-Test.

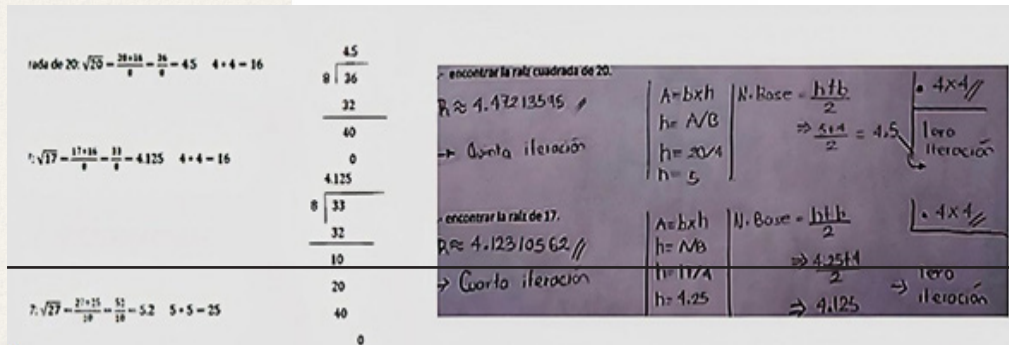
Reactivo	Grupo de control	Grupo experimental
1. Encontrar la raíz cuadrada de 20	85 %	32 %
2. Encontrar la raíz cuadrada de 17	83 %	29 %
3. Encontrar la raíz de -27	71 %	50 %
4. Las medidas de un terreno cuadrangular dada su área	76 %	47 %
5. La medida del lado de un cuadrado que conserva el área de un rectángulo de 3x4m	68 %	36 %

Nota. Esta información fue tomada de Aguilar (2022), se aprecia algunas imágenes de los procedimientos realizados por el estudiante.

En los primeros dos problemas hubo diferencias del grupo de control y de experimentación. Los estudiantes del grupo experimental aplicaron el método babilónico de manera correcta. Algunos se extendieron resolviéndolo paso a paso y otros solo hicieron el uso de fórmulas para llegar más rápido al resultado, en cualquiera de los dos equipos es válido, como se aprecia en la figura 6.

La imagen de la izquierda en la figura 6, señala un ejemplo del tipo de respuestas que ofrecen los estudiantes del grupo de control al resolver raíces cuadradas positivas, mientras que el procedimiento Babilónico se aprecia en la parte derecha para el grupo experimental.

Figura 6. Diferencias entre el grupo de control y de experimentación al sacar raíz cuadrada de un número positivo.



Fuente: Aguilar (2022).

Para el reactivo 3, en el grupo de control cinco de siete estudiantes que hicieron la prueba contestaron de manera incorrecta, ya que calcularon la raíz poniéndolo como número positivo y también negativo. En el grupo experimental cuatro de ocho estudiantes hicieron lo mismo. Ejemplos de procedimientos asociados a cada grupo se aprecian en la figura 7.

Figura 7. Problema para la raíz cuadrada de un número negativo.

Handwritten calculation for the square root of -27:

$$\sqrt{-27} = \frac{-27-25}{-10} = \frac{-52}{-10} = -5.2$$

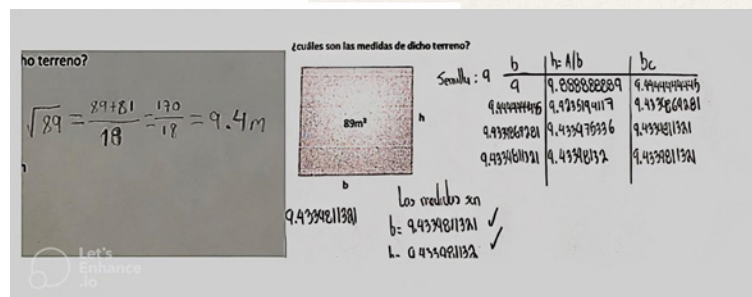
No es posible, al menos con soluciones reales ya que los números negativos no tienen raíz cuadrada (real)

Fuente: Aguilar (2022).

En este reactivo la mayoría de los estudiantes del grupo experimental entendieron que no existe la raíz cuadrada para números negativos y no los resolvieron dejando en claro que no se puede. Aun así, hubo estudiantes que la calcularon como un número positivo. La imagen de arriba señala un ejemplo del tipo de respuestas que ofrecen los estudiantes del grupo de control, mientras que los argumentos que se reflejan en la parte de abajo de la figura 7 corresponden al grupo experimental.

En los últimos dos reactivos se incorporaron medidas de terrenos con intención de incorporar elementos gráficos y contextuales. Con relación a la última pregunta, en la que se solicita conservación de área con otras dimensiones de figuras rectangulares a una cuadrada, alguno de los procedimientos del grupo de control se aprecia en la figura 8. En ambos problemas, los del grupo experimental, resolvieron con el método babilónico de manera correcta, y observé que los estudiantes no tuvieron inconvenientes en entender los problemas. El comparativo de los procedimientos se puede observar en las figuras 8 y figura 9.

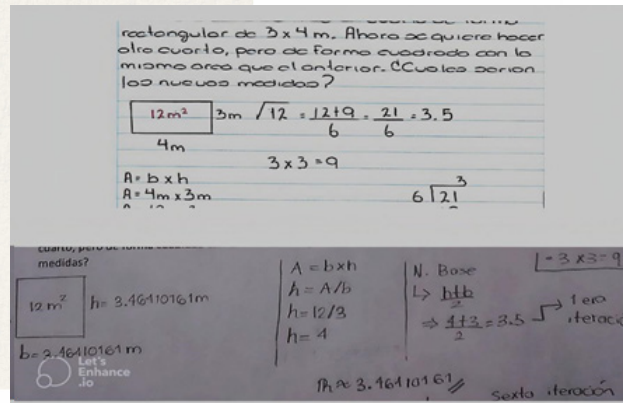
Figura 8. Respuesta del reactivo 4



Fuente: Aguilar (2022).

La imagen de la izquierda señala un ejemplo del tipo de respuestas que ofrecen los estudiantes del grupo de control, al encontrar el lado de un cuadrado con área de 89 m^2 , mientras que el procedimiento Babilónico se aprecia en la imagen de la derecha para el grupo experimental.

Figura 9. Respuesta de estudiantes del reactivo 5.



Fuente: Aguilar (2022).

La imagen de arriba señala un ejemplo del tipo de respuestas que ofrecieron los estudiantes del grupo de control al resolver el problema de encontrar los lados de un cuadrado que tenga la misma área que una figura rectangular (12 m^2), mientras que los argumentos que se reflejan en la parte de debajo de la figura corresponden al grupo experimental, en el que se aprecia el uso del método Babilónico cuanto dice una respuesta de 3.46410161 su sexta iteración.

En general, observamos diferencias entre el grupo de control y de experimentación. Los de control en su mayoría siguen sin aplicar un algoritmo para

resolver una raíz cuadrada y arrojan resultados directos. Lo cual hace evidenciar que lo hicieron mediante una calculadora; por su parte, los del grupo experimental, quienes son más de la mitad, aplicaron el algoritmo apoyándose según los comentarios de los estudiantes, en el entorno de GeoGebra usado en las actividades. Al observar las figuras 8 y 9 los estudiantes usaron el algoritmo para obtener el valor de los lados del cuadrado (raíz cuadrada).

Se puede contrastar estos resultados con la propuesta hecha por Peña y Méndez (2015). El algoritmo mencionado por estos autores, el cual retoma la parte inicial del babilónico, consiste en calcular la raíz cuadrada de un número entero positivo no cuadrado perfecto suponiendo que dicha raíz está comprendida entre dos números enteros consecutivos: $a < n < a + 1$. Si se elige un número racional tal que $a < p < a + 1$ y se encuentra otro número racional q , tal que $pq = n$.

Por ejemplo, según los dos autores anteriores, para hallar la $\sqrt{2}$ se observa que $1 < \sqrt{2} < 2$, luego la primera aproximación racional será la media $r_1 = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2}$ y se elige $r_2 = \frac{4}{3}$ ya que $(\frac{3}{2})(\frac{4}{3}) = 2$. Se calcularía un nuevo valor de aproximación con el promedio de r_1 y r_2 , $r_3 = \frac{\frac{3}{2} + \frac{4}{3}}{2} = \frac{17}{12} = 1.4167$. Este último valor representa la raíz cuadrada del dos con decimales exactos de aproximación.

Esto, según Peña y Méndez (2015), permitirá a los docentes aplicar esa estrategia para estimular al estudiante a utilizar algoritmos, no solo para el cálculo de la raíz cuadrada, sino también en otros temas, empleando estos como conjunto de instrucciones o pasos a seguir para alcanzar un objetivo. En este sentido, se coincide con Peña y Méndez, a la luz de los resultados obtenidos.

De acuerdo con los resultados analizados obtuvimos un porcentaje de aciertos de manera grupal para así sacar el factor de ganancia de Hake y concluir qué tanto de efectividad tiene la estrategia aplicada, tal y como Castañeda *et al.* (2018) mencionan. Para finalizar, en el caso del grupo de control la ganancia fue de 0.1282 y del grupo experimental fue de 0.5135, lo cual nos indica un panorama alentador de la implementación aplicada con GeoGebra al grupo de experimentación (ver tabla 2).

Tabla 2. Resultados de cuestionarios.

Resultados	Grupo de control	Grupo experimental
Promedio pre-test	6.1	6.3
Promedio	6.6	8.2
Ganancias de Hake	0.1282	0.5135

Nota. La ganancia en tres rangos: Baja ($g \leq 0,3$), Media ($0,3 < g \leq 0,7$), y Alta ($g > 0,7$).

Fuente: Aguilar (2022).

La ganancia, si bien no está dentro del rango alto, se evidenció a través de un alto un tanto significativo, lo cual nos lleva a concluir de manera cuantitativa que la inclusión de gráficos con GeoGebra con base al método babilónico favorece la resolución de raíces cuadradas en el contexto de la intervención. Considero que podría favorecer a otros estudiantes a una mejor comprensión del objeto didáctico denominado raíz cuadrada en otras escuelas de la región y a estimular al estudiante a utilizar algoritmos, no solo para el cálculo de la raíz cuadrada, sino también en otros temas, empleando

estos como conjunto de instrucciones o pasos a seguir para alcanzar un objetivo de acuerdo con la tarea planteada.

Reflexiones finales

Durante esta investigación la tecnología fue un gran apoyo para el aprendizaje de la raíz cuadrada como se evidenció en el análisis de resultados. Actualmente la tecnología está abarcando muchos contextos, tanto el económico como en la medicina, en las comunicaciones, etc.

La educación no es la excepción, sobre todo cuando hemos transitado por una pandemia que modificó la forma de dar clases durante el periodo de aislamiento. Lamentablemente el estado de Chiapas es uno donde existe un bajo recurso en tecnología en las escuelas. Eso debe cambiar e ir en aumento ya que, en esta investigación como en otras, se ha demostrado que las herramientas tecnológicas son de gran ayuda para la enseñanza y aprendizaje de objetos didácticos matemáticos. Se considera que los estudiantes están a la par de la evolución de la tecnología ya que interactúan con ella en muchos contextos.

Por supuesto que esto debe usarse de manera correcta, con responsabilidad y con la supervisión siempre de su maestro en las escuelas, debido a que si se le da mal uso puede resultar contraproducente.

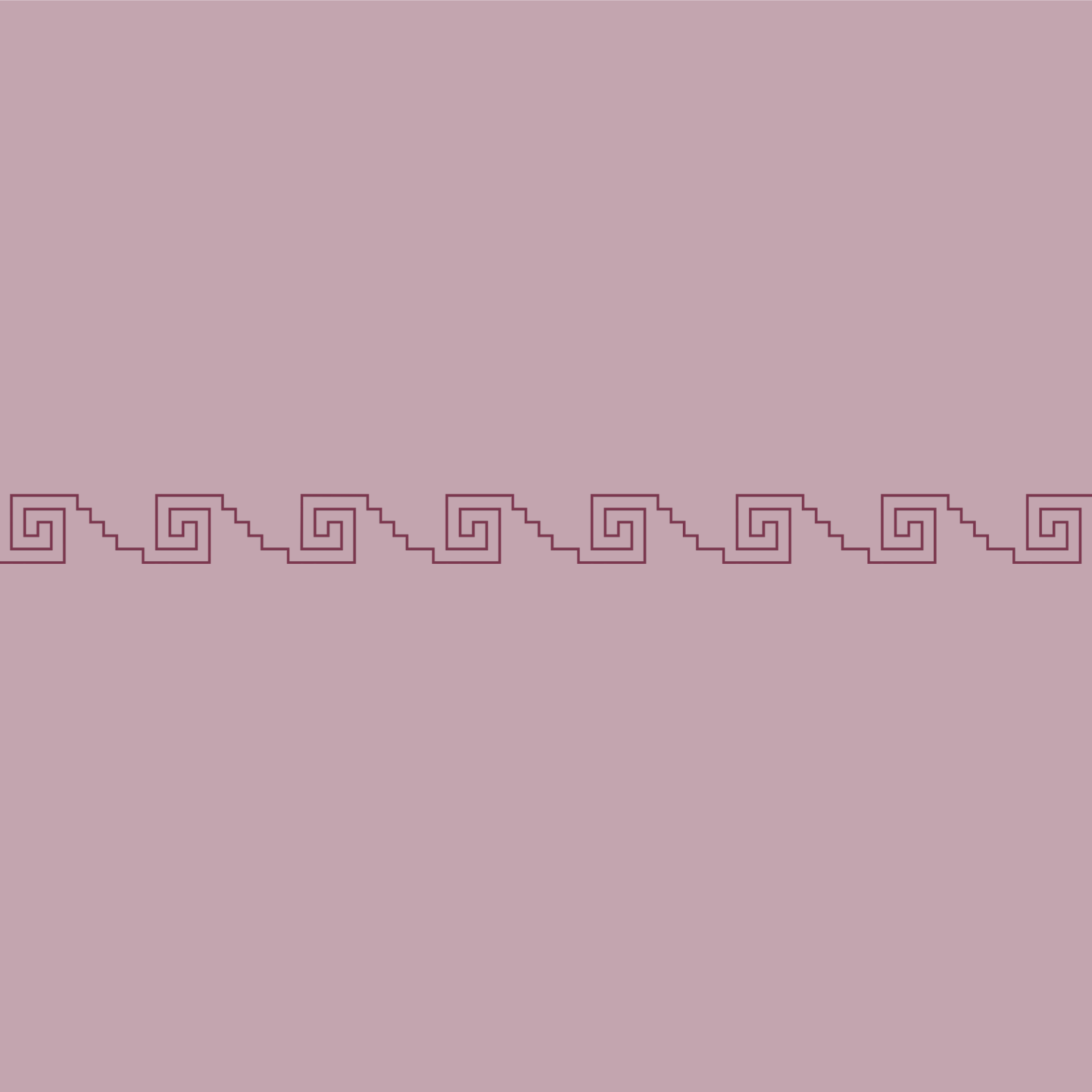
Se implementó la actividad con gráficos dinámicos en GeoGebra con los estudiantes del grupo experimental para la resolución de raíces cuadradas en sesiones particularizadas. Se puede concluir que la tecnología sí favoreció el aprendizaje en los estudiantes del grupo en particular. Esto se demostró utilizando la ganancia de Hake. Considero que la ganancia de Hake es un elemento de corte cuantitativo que permite dar cuenta del favorecimiento en la resolución de raíces cuadradas en estudiantes del tercer año de secundaria.

La visualización en tiempo real en la manipulación de las distancias en los segmentos de figuras geométricas rectangulares que incorporaron el Método Babilónico permitió a los estudiantes obtener la raíz cuadrada de números enteros positivos lo cual se pudo observar en las respuestas de los estudiantes del grupo experimental.

La inclusión de un algoritmo con la ayuda de gráficos dinámicos en GeoGebra puede llegar a ser de gran ayuda para el aprendizaje de los alumnos de secundaria al tema de raíz cuadrada ya que, en la actualidad, los alumnos están más familiarizados con el uso de tecnologías como los teléfonos inteligentes y otros dispositivos. Esto permite incorporar sus conocimientos tecnológicos de una manera más natural y eficaz al salón de clases y conlleva, naturalmente, a que obtengan mejores resultados en sus calificaciones. Por otro lado, también la satisfacción de que están aprendiendo de una forma dinámica, segura y eficiente.

En tiempos actuales la tecnología ha abarcado varios ámbitos de la vida diaria de las personas, y el de la educación no es la excepción. Es por eso que en las escuelas debe implementarse trabajar programas que ayuden a mejorar el aprendizaje de los estudiantes. Los maestros deben estar actualizados en este tema, adaptarse y tomar cursos sobre programas educativos para luego implementarlos a los alumnos de forma correcta.

La tecnología puede tener desventajas, ya que muchas veces le podemos dar un uso inadecuado. Pero para evitar eso, los maestros deben llevar un control de este uso hacia sus alumnos para que se utilice de forma correcta. Incluir herramientas dinámicas son de gran ayuda para la enseñanza-aprendizaje de objetos matemáticos, ya que para los alumnos resulta atractivo y de esa manera se incrementa su atención e interés.



CAPÍTULO 4.

HACIA UNA EPISTEMOLOGÍA DE USOS DE LA COMPOSICIÓN DE FUNCIONES EN EL ÁREA DE INGENIERÍA

Yahaira Eloísa Zapata Canché
Isabel Tuyub Sánchez
Universidad Autónoma de Yucatán

79

Resumen

El presente capítulo se enfoca a describir la investigación de corte exploratoria realizada para tomar en cuenta a la composición de funciones como un conocimiento funcional, de utilidad en el área de la ingeniería, esto a partir de encontrar situaciones donde se haga uso de

ella por medio de una unidad de análisis de corte socioepistemológico. Se identificaron en el estudio tres situaciones y se ejemplifica una de ellas para concluir que situaciones donde se cuantifican cambios y optimización de procesos en el área de ingenieros en formación se puede inferir el uso de la composición de funciones.

Palabras clave: Composición de funciones, usos, gráficas, ingeniería.

Introducción

La matemática escolar en la ingeniería no permite que los estudiantes de esta área puedan reconocer de manera amplia la funcionalidad de las matemáticas en la práctica profesional. Zúñiga (2007) reporta que en los cursos de cálculo los estudiantes no logran identificar la utilidad de los conocimientos ya que se centran en resolver ejercicios repetitivos y memorísticos y los pocos problemas que se proponen, por lo general, nunca corresponden a la realidad; posiblemente, esto se debe a que el conocimiento se trata fuera de contextos apropiados. Este problema se presenta particularmente en el conocimiento matemático de composición de funciones, un concepto que, según Zapata (2020), ha sido poco estudiado, olvidado, y tratado como un tema sin aplicación en el ámbito cotidiano y profesional.

En esta investigación encontramos que la enseñanza de la composición de funciones se centra en promover una definición matemática seguida de ejercicios analíticos (sustitución de funciones) y no se deja de ver la funcionalidad que tiene en el ámbito de la ingeniería. Esto se ha constatado al indagar en la bibliografía artículos, como mostramos en la figura 1 e incluso, en experiencias como profesores en ejercicio.

Figura 1. La composición de funciones**DEFINICIÓN DE FUNCIÓN COMPUESTA**

Sean f y g dos funciones. La función dada por $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ se llama función **compuesta** de f con g . El dominio de $f \circ g$ es el conjunto de todas las x del dominio de g tales que $g(x)$ esté en el dominio de f (ver la figura P.30).

La función compuesta de f con g puede no ser igual a la función compuesta de g con f .

EJEMPLO 4 Composición de funciones

Dadas $f(x) = 2x - 3$ y $g(x) = \cos x$, encontrar cada una de las funciones compuestas:

a) $f \circ g$ b) $g \circ f$

Solución

$$\begin{aligned} \text{a) } (f \circ g)(x) &= f(g(x)) \\ &= f(\cos x) \\ &= 2(\cos x) - 3 \\ &= 2 \cos x - 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (g \circ f)(x) &= g(f(x)) \\ &= g(2x - 3) \\ &= \cos(2x - 3) \end{aligned}$$

Definición de $f \circ g$.

Sustituir $g(x) = \cos x$.

Definición de $f(x)$.

Simplificar.

Definición de $g \circ f$.

Sustituir $f(x) = 2x - 3$.

Definición de $g(x)$.

Observar que $(f \circ g)(x) \neq (g \circ f)(x)$.

Fuente: Larson y Edwards (2010)

El análisis sobre la enseñanza y aprendizaje de este tema nos permitió evidenciar la problemática del no reconocimiento de los usos del conocimiento matemático en la composición de funciones, así como la falta de un marco de referencia que permita resignificar dicho conocimiento en el dominio de la ingeniería.

Ante esta problemática, nos dimos a la tarea de encontrar alternativas para develar dichos usos del conocimiento. Al respecto, Mendoza *et al.* (2018) explican que, para generar una conexión entre la matemática y la ingeniería, se requiere de un rediseño del discurso matemático escolar (dME), el cual reconoce la funcionalidad de la matemática en contextos socioculturales y su incorporación al sistema educativo.

Con el fin de aportar hacia dicha conexión, este artículo se enfoca en tomar en cuenta la composición de funciones como un conocimiento funcional, es decir, que sea de provecho en el área de la ingeniería, esto a partir de encontrar su utilidad en situaciones donde realmente se haga uso de ella, tal y como lo han hecho en otras investigaciones con diversos conocimientos (Mendoza *et al.*, 2018; Mendoza y Cordero, 2014; Mendoza y Cordero, 2018).

Consideramos al conocimiento matemático no sólo en sí mismo, sino en las actividades que lo rodean, el contexto desde el cual emergen dichos usos, el lugar que estos poseen en un escenario profesional, y las condiciones que lo hacen ser una composición de funciones. En otras palabras, se estudia la actividad que se efectúa en un contexto específico, en este caso profesional.

Dado que se requirió encontrar el uso del concepto desde la situación en la que emerge, una teoría en matemática educativa que ofreció herramientas teóricas-metodológicas para aunar con esa perspectiva y ese tipo de problemáticas fue la teoría Socioepistemológica de la matemática educativa (TSME).

Debido a que no encontramos investigaciones centradas en la composición de funciones, ni teníamos antecedentes sobre dónde encontrar estos contextos, partimos por indagar en los libros especializados en el ámbito ingenieril pues fungieron como teoría y prácticas de ingenieros plasmadas en texto, en

estos es posible leer y analizar el tipo de situaciones que abordan y encontrar alguna en la que se exista un posible uso de la composición de funciones.

A continuación, presentamos los elementos teóricos y metodológicos que nos permiten encuadrar la investigación, así como algunos de los hallazgos respecto a los usos que les encontramos, es decir, identificamos la utilidad de la composición de funciones y la construcción de la epistemología de esta.

Teoría socioepistemológica de la matemática educativa (TSME)

Esta investigación se fundamenta en la TSME la cual se basa en la construcción social del conocimiento matemático o conocimiento puesto en uso desde una perspectiva situada (Cantoral, 2013a).

En este caso, nos permitió presentar a la composición de funciones como un conocimiento puesto en uso en la ingeniería, con todos los aspectos que lo rodean, su funcionamiento, las formas y las condiciones que permiten que la comunidad de ingeniería lo use para el logro de determinados objetivos y condujo a una resignificación del conocimiento matemático con respecto a su uso (Domínguez, 2003). Dicha resignificación generó la formulación de epistemologías del conocimiento (Tuyub, 2010), pues permitió reflexionar por qué la composición de funciones tiene que ser de esa manera, con esas condiciones y formas en un contexto específico y no de otra.

Por lo tanto, el método socioepistemológico aportó en la investigación una visión más integrada del conocimiento matemático, construida con base en todo lo que implica ser usada en una situación específica y que propicia su resignificación.

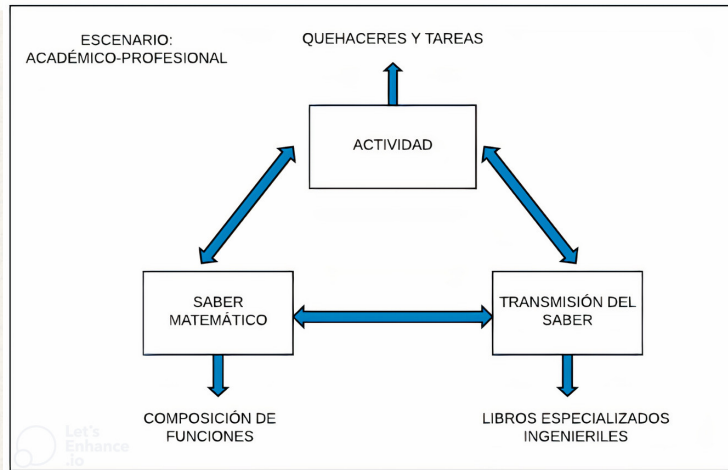
Otro aspecto teórico que consideramos para encuadrar la investigación fueron las cuatro dimensiones del saber: epistemológica, cognitiva, didáctica y sociocultural. Estas nos permitieron mostrar evidencia de los procesos de adquisición cognitiva que el estudiante posee al aprender este concepto, su estatus en el dME, es decir, su difusión institucional a partir del profesor y los libros de texto), los contextos que dieron origen a su constitución como saber y algunos usos que se le da en otros contextos desde diversas perspectivas.

Con base en dichas dimensiones realizamos una revisión bibliográfica, en la cual evidenciamos que, desde el punto de vista sociocultural del saber, se encontraron muchos indicadores en otros espacios en los cuales pudimos observar situaciones específicas de uso, es decir, no se tenían contextos claros en los cuales comenzar la búsqueda de los usos.

Uno de los puntos de partida fue definir dónde o cómo encontrar estos contextos o situaciones en los cuales realizar el análisis. Como un primer acercamiento decidimos encontrar dichos contextos en el conocimiento ingenieril plasmado a través de libros especializados en el área puesto que, además de permitir conocer a detalle el sentido de lo que en ellos se expone, garantiza que son utilizados por la comunidad de ingenieros como herramienta teórica y práctica en sus quehaceres.

Con este punto de partida, delimitamos la investigación a partir de una unidad de análisis que nos permitió definir lo realizado (encontrar usos), cómo (encontrar formas) y en qué contextos (situaciones plasmadas en los libros). Dicha unidad de análisis la retomamos de la propuesta de Montiel y Buendía (2012) y se adecuó en este estudio, como mostramos en la figura 2.

Figura 2. Unidad de análisis



Fuente: Montiel y Buendía (2012) con señalamientos propios.

Por otra parte, de acuerdo con Cantoral (2013a) existen cuatro componentes de una unidad de análisis: saber matemático, actividad, transmisión del saber y escenario. Estos componentes se interpretaron en esta investigación de la siguiente manera:

1. Saber matemático: el uso de composición de funciones en sus diversas formas y significados, es decir, su naturaleza que fungirá como indicador para encontrar el uso.
2. Actividad: quehaceres y tareas reflejados en los ejercicios o ejemplos de los libros de ingeniería.
3. Transmisión del saber: el medio por el cual se realizará la búsqueda de los usos asociados a las actividades, en este caso, serán los libros de texto ingenieriles.

4. Escenario: donde se enmarca el análisis de los usos siendo el académico-profesional, ya que, si bien la investigación considera una comunidad en formación, la realidad es que su perfil tiene miras a lo profesional.

Al considerar estos componentes, requerimos precisar teóricamente los usos, funcionamientos y formas, mismos que nos permiten dar cuenta de la funcionalidad del conocimiento.

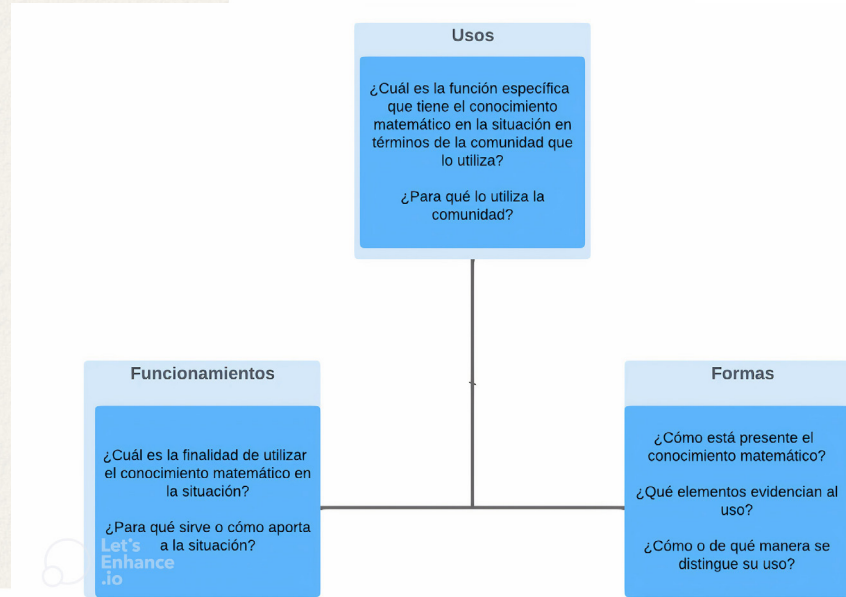
Los usos, funcionamientos y formas del conocimiento matemático fueron elementos indispensables para la investigación, ya que evidencian la funcionalidad del conocimiento matemático, en este caso de la composición de funciones en un contexto de ingeniería, a partir de la interacción dialéctica, o bien, simultánea de los funcionamientos y formas.

Los usos del conocimiento matemático, según Cordero y Flores (2007), hacen referencia a la función específica que tiene dicho conocimiento ante una necesidad que norma el uso de una comunidad de seres humanos y que se manifiesta por tareas (actividades, quehaceres, acciones, etc.) que componen el quehacer inmerso, es decir, son la utilidad que le da una comunidad al conocimiento en una situación específica.

Al manifestarse por tareas, se pueden distinguir tipos de éstas, lo que se conoce como formas del conocimiento matemático. A la par de las formas, se entrelazan los funcionamientos del conocimiento matemático que son las esencias que perduran en las distintas situaciones de uso (Cordero y Flores, 2007).

Con el fin de orientar la búsqueda y el análisis para encontrar estos elementos en las situaciones, se propusieron cuestionamientos que lograron reconocer y clasificar los datos con base en dichos constructos (ver Figura 3). Esto permitió recolectar de manera más objetiva la información.

Figura 3. Cuestionamientos a los que responden los usos, funcionamientos y formas



Fuente: Zapata (2020)

Ahora bien, al presentarse una alternancia de tareas y generarse una nueva función orgánica que debate con las formas de los usos; este acto de uso se llama resignificación (Cordero 2006, citado en Cordero y Flores, 2007).

De acuerdo Montiel y Buendía (2012), en su esquema metodológico para realizar una investigación con enfoque socioepistemológico, al tener en cuenta la problemática a investigar, se procede a realizar revisiones y sus respectivos análisis de la naturaleza del saber matemático (basados

en los usos y prácticas), de su aprehensión a través de significaciones contextualizadas y de su transmisión, con el fin de mirar cómo los saberes adquieren significados y usos dependiendo de estos aspectos; se formula así una epistemología de prácticas y usos que ofrezca una explicación acerca de la problemática y será la base para cualquier intervención didáctica. La epistemología de usos y prácticas es una explicación argumentada de los procesos de construcción social del conocimiento matemático, en la que la componente social juega un papel importante, puesto que relacionarlo epistemológico del concepto en uso. Para el caso de la investigación reportada en este capítulo, formulamos una epistemología de usos, por lo que se toma en consideración los marcos de referencia de Mendoza y Cordero (2014) y Giacoletti y Cordero (2019).

Retomamos aspectos como las significaciones (elementos que le dan sentido a la situación específica), los procedimientos (ejecuciones fundamentales derivadas de las significaciones), los instrumentos (lo funcional, la experiencia sobre la cual se trabaja y lo que le es útil al humano) y una breve explicación de todo lo anterior. Ello nos permitió valorar la justificación funcional que demanda la comunidad de ingeniería la cual usa la composición de funciones.

Metodología

La metodología que utilizamos para la investigación fue cualitativa de corte exploratorio y de tipo descriptivo/explicativo puesto que se requirió de la identificación y recuperación de toda información relacionada con el uso de la composición de funciones, en los libros especializados en ingeniería, así como las explicaciones del cómo y para qué están presentes en ellos, de manera que, posteriormente, se pudiera obtener la epistemología de usos en torno a dicho conocimiento matemático.

Este proceso metodológico consistió en una serie de pasos que fueron diseñados a partir de las condiciones de la investigación. Se necesitó crear nuevos significados (ajenos a los totalmente matemáticos) que nos permitieran reconocer el conocimiento matemático y se eligieron los libros especializados que sirvieran para encontrar situaciones. Dichos pasos se describen brevemente a continuación.

Revisión socioepistemológica

En este primer paso analizamos cómo la definición de la composición de funciones no se reconocía en otros contextos, o sea, no podíamos encontrarla siendo usada en contextos distintos a los netamente matemáticos.

Entonces, nos dimos a la tarea de asociar otras características más generales y basadas en su utilidad. Esto a partir de una revisión en torno a las cuatro dimensiones del saber (cognitiva, didáctica, epistemológica y social) que permitió reconocer lo que se ha reportado sobre la composición de funciones y reflexionar sobre los elementos que se pueden poner en consideración para iniciar la búsqueda de sus usos.

Una vez concluida esta revisión, analizamos y revisamos la información para obtener lo considerado categorías de uso (tabla 1), las cuales se asumieron como significados asociados al uso del conocimiento matemático y, de acuerdo con lo establecido en el objetivo del trabajo, nos permitiera reconocerlos en otros contextos. En la siguiente tabla están las tres categorías de uso de la composición de funciones identificadas en los libros empleados por ingenieros en formación.

Tabla 1. Categorías de uso de la composición de funciones

Categoría de Uso	Descripción
Dependencia múltiple	Identificar la dependencia entre varios estados que se encuentran relacionados entre sí.
Cuantificación de cambios relacionados	Medir el cambio que presentan situaciones que dependen entre sí.
Optimización de un proceso de estados	Simplificar un proceso que considera una o varias variables intermedias. Por ejemplo: pasar de un estado A a un estado C, sin considerar explícitamente el estado B.

Fuente: Zapata (2020).

Selección de libros

La selección de libros especializados en ingeniería fue un proceso que se realizó a partir de la encuesta a profesores, estudiantes y profesionales del área y la revisión de los planes de estudio de una universidad pública. Ambas acciones fueron realizadas para una población de estudio específica correspondiente a la Universidad Autónoma de Yucatán. Los libros seleccionados fueron los siguientes: Ciencia de materiales para ingeniería (Keyser, 1985), Diseño estructural (Piralla, 2002) e Ingeniería económica (Thuesen, 1989). Los libros sirvieron de escenarios para analizar y encontrar situaciones en el uso del conocimiento matemático y sus características.

Búsqueda de la utilidad del conocimiento

Ya con los significados de la composición de funciones y los escenarios donde posiblemente se encontrarán procedimos a realizar la búsqueda y análisis de situaciones en las cuales se percibía un posible uso. Consideramos el contexto del cual emergen las situaciones, los conocimientos matemáticos e ingenieriles aplicados y el sentido. En esta etapa del análisis identificamos los usos, funcionamientos y formas como guía para extraer la información necesaria de cada uso específico que encontramos.

Formulación de una epistemología de usos

Con base en la información encontrada propusimos una epistemología de usos a partir de modelos previamente realizados en investigaciones como Mendoza y Cordero (2014), Del Valle, *et al.* (2015) y Giacoletti y Cordero (2019). En dicho modelo distinguimos las significaciones, procedimientos e instrumentos para la construcción del conocimiento matemático en las actividades.

Interpretación y discusión

USOS DE COMPOSICIÓN DE FUNCIONES

En cada libro especializado, a partir de las categorías de uso, analizamos tres situaciones asociadas a un posible uso de la composición de funciones (ver tabla 2). En cada una de ellas examinamos el uso que se le da, el funcionamiento y forma en que se presenta.

Tabla 2. Situaciones identificadas con las categorías de uso

Situación	Categoría de uso
Situación de selección de materiales.	Optimización de un proceso de estados.
Situación de fallas a temperaturas elevadas.	Cuantificación de cambios relacionados.
Situación de tipos de intereses económicos.	Optimización de un proceso de estados.

Fuente. Elaboración propia

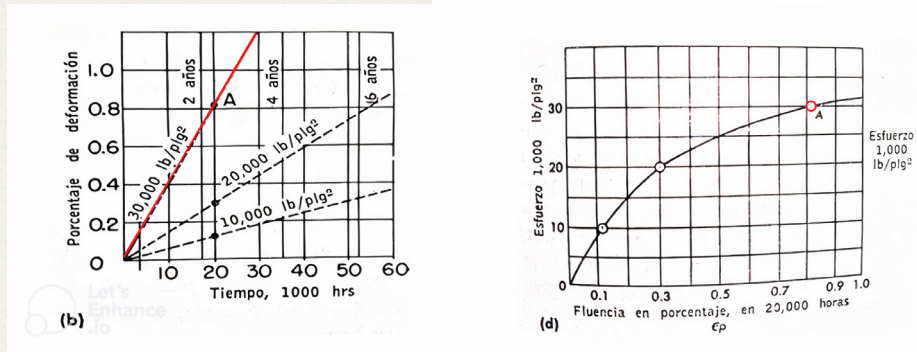
Para mostrar la manera en que llevamos a cabo este análisis, en este capítulo realizamos la acción para cada una de las situaciones: Fallas a temperaturas elevadas (Zapata, 2020). Consideramos este contexto porque pensamos que las propiedades de los materiales son una de las temáticas más importantes en el área, precisamente en el estudio de los materiales y, además, es una situación que incorpora la variabilidad de cantidades, la relación de dependencia entre variables y las representaciones gráficas que tanto demanda el área de cálculo.

Dicha situación fue encontrada en el libro de Ciencia de materiales para ingeniería, el cual se emplea a nivel ingeniería, pero también en el área de maestría. El objetivo de la situación era analizar cómo la elevación de la temperatura perjudica a la mayoría de las propiedades mecánicas de los materiales a partir de dos condiciones: temperatura ambiente o elevada y temperaturas prolongadas (fluencia) (Keyser, 1985).

Desde una perspectiva matemática, la actividad consistió en mirar cómo una variable llamada esfuerzo es afectada por otras dos variables llamadas fluencia y tiempo (Tuyub y Zapata, 2022). Entonces, dependiendo de los valores de esfuerzo elevados se producen fallas de temperaturas en materiales.

El reconocimiento de esta situación fue a partir de unas gráficas (ver figura 4). Dichas gráficas interactúan entre sí a partir de las variables para que representen la forma en que aparece la composición de funciones.

Figura 4. Gráficas b) tiempo vs esfuerzo y d) tiempo vs fluencia



Se aprecia en la gráfica b) una relación de tiempo vs fluencia y en la gráfica d) una relación de fluencia vs esfuerzo; sin embargo, en el análisis ambas gráficas se relacionan para hablar de un ejemplo de composición de funciones.

Fuente: Keyser (1985).

En la gráfica b) en el eje x (como variable independiente) al tiempo en horas, mientras que en el eje y (como variable dependiente) el porcentaje de deformación al cual se llamó fluencia. En la gráfica d) en el eje x (como variable independiente) a la fluencia, mientras que en el eje y (como variable dependiente) el esfuerzo.

De esta manera, en primer lugar, asociamos el concepto de función como relaciones entre variables en las que a los elementos de la primera le corresponde

un único elemento de la segunda. En este caso, se observan dos relaciones (una por cada gráfica).

Posteriormente, por la forma de interacción entre estas relaciones, identificamos la composición de funciones a partir de la relación entre sus dominios y rangos.

Si bien las cantidades pueden ir variando, por lo observado en la gráfica, se puede decir que, en la relación de dependencia tiempo vs fluencia el dominio son valores de entre $[0,60] \times 1000$ horas mientras que el rango son valores de entre $[0, 1.0]$.

En la siguiente relación de dependencia fluencia vs esfuerzo el rango anteriormente mencionado ahora es el dominio $[0,1.0]$ mientras que el rango son valores de $[0,40]$ aproximadamente. Este proceso de dependencia entre estados lo plasmamos en un ejemplo específico (ver tabla 3).

Tabla 3. Relaciones entre variables para valores específicos.

Tiempo*	Deformación*†	Esfuerzo†
20,000	0.1	10

Nota. * Relación de variables en gráfica b). † Relación de variables en gráfica d)

Fuente: Elaboración propia.

En la tabla 3 se aprecia una relación de dependencia entre el tiempo y esfuerzo, en la cual, para un tiempo de 20,000 horas se requiere una deformación de 0.1 %. En la siguiente relación deformación-esfuerzo, este 0.1 %

de deformación es producida por un esfuerzo de 10 lb/plg^2 . A su vez, queda relacionada, a partir de una transitividad, el tiempo con el esfuerzo.

Es así como logramos identificar que el uso de la composición de funciones, de acuerdo con la situación, consiste en cuantificar un cambio, es decir, medir, calcular u obtener valores específicos cuando los valores de las variables van cambiando. Su funcionamiento en la situación es analizar el comportamiento de una variable a partir de otras dos que dependen entre sí, además de que la forma en la que se presentó fue mediante gráficas cartesianas.

Con este resultado, se puede concluir que, definitivamente, lo propuesto escolarmente está alejado de la realidad del ingeniero. Esta afirmación se justifica al reconocer que las matemáticas propuestas para este tema se centran en sustituciones analíticas de funciones (representación algebraica), mientras que la realidad demanda otros tipos de representaciones (como la gráfica), además que permite establecer relaciones entre variables específicas del contexto.

Los usos, funcionamientos y formas fueron tres situaciones de referencia que permitieron identificar y extraer la información necesaria para describir la utilidad de una composición de funciones, no solo en esta situación, sino en las otras, como se puede apreciar en la figura 5.

Figura 5. Usos, funcionamientos y formas evidenciados en las situaciones

Situación	Formas	Funcionamientos	Usos
Situación 1	Gráfica cartesiana en la que se perciben puntos coordinados asociados a dos variables. Se producen curvas que permiten analizar una tercera variable.	Elegir la mejor decisión que contemple un valor óptimo con base en tres variables que dependen entre si.	Optimización de un valor de una variable
Situación 2	Gráficas cartesianas relacionadas por medio de una variable: en una primera gráfica es el rango y en una segunda gráfica es el dominio, lo cual se percibe tanto en sus ejes como en los puntos coordinados asociados a las tres variables involucradas.	Estudiar el comportamiento de una variable que depende de otras dos.	Cuantificación del cambio
Situación 3	Secuencia de procedimientos analíticos que se relacionan por medio de una expresión que al generalizarla permite optimizar dicho procedimiento en una sola fórmula compuesta.	Calcular un valor a partir de una fórmula matemática que optimiza todo un procedimiento.	Optimización de un cálculo

Fuente: Zapata (2020).

En la imagen se reconocen tres posibles usos de la composición de funciones asociados a contextos específicos: optimizar una variable, cuantificar un cambio y optimizar un cálculo. Cada una es presentada de diversas formas, como son mediante gráficas o procedimientos analíticos relacionados por una expresión matemática.

Identificamos que la composición de funciones es un conocimiento que debe tratarse desde diferentes representaciones, no solamente analítica sino gráfica e incluso numérica. Con los resultados, se consideró que quizá la más visual y funcional sería mediante gráficas en las que las variables

tengan necesidad de estar relacionadas y, ante ello, exista relación entre los valores numéricos que toman (dominios y rangos).

Además, se vio el carácter de herramienta del conocimiento pues es gracias a esas relaciones de dependencia que podemos hacer una conexión entre variables y valores específicos.

También reconocemos que la composición de funciones no es un conocimiento aislado o individual con respecto a otros, pues se vimos otros conceptos usualmente tratados en Cálculo como son: variables cuantitativas, funciones, dominio, rango, funciones compuestas, representaciones (gráfica y algebraica), etc.

Particularmente en la ingeniería, esta develación de los usos de la composición de funciones permite a los ingenieros optar por nuevas formas de expresar, representar o mostrar situaciones donde intervienen procesos, pasos o magnitudes que son importantes tomarlas en cuenta simultáneamente y conlleva a la toma de decisiones.

Epistemología de usos de la composición de funciones

Con la evidencia presentada, formulamos una epistemología de usos que, como anteriormente se mencionó, explica los usos del conocimiento matemático en cuestión y se constituye en un marco de referencia basado en contextos específicos de la ingeniería civil, para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la composición de funciones.

Tabla 4. Epistemología de usos de la composición de funciones de las tres situaciones

Situación 1	Situación 2	Situación 3
Minimizar el valor de una variable con base en otras dos *	Cuantificar valores específicos en la relación de tres variables *	Reducir un procedimiento extenso a una fórmula matemática *
Graficación, Variación de magnitudes†	Graficación, Selección de cantidades de interés†	Repetición de expresiones matemáticas †
Seleccionar el que esté más próximo al ideal, es decir, lo estable (Cordero, 2015) +	Cantidades seleccionadas con respecto a una variable +	Expresión matemática +

* Significaciones, † Procedimientos, + Instrumentos.

Fuente: Zapata (2020).

En la tabla 4, en la situación 1 de selección de materiales se generaron significados cuando en ella interfiere un instrumento llamado lo estable (Del Valle, *et al.*, 2015) ya que esa selección tiende hacia un ideal provocando la minimización de costos a través de la graficación y variación de magnitudes de las variables.

En la situación 2 de elevación de temperaturas en materiales se generaron significados cuando en ella intervino un instrumento relacionado con cantidades de interés y provocó la relación de tres variables inmersas al determinarlas. Lo mencionado a partir de la graficación e identificación de puntos de interés.

Y, por último, en la situación 3 de intereses compuestos, se generaron argumentaciones cuando en ella intervino un instrumento relacionado con una expresión matemática compuesta ya que ésta permitió apresurar el cálculo de un valor provocando la reducción de un procedimiento a través de la distinción de la repetición y relación de expresiones matemáticas en todo el cálculo (Tuyub y Zapata, 2022).

Reconocer los usos desde el contexto de la ingeniería civil nos permitió mirar cómo la matemática se resignifica en escenarios contextualizados donde se considera al ingeniero en la escuela y en su quehacer (profesional) y lo hace ubicarse en contextos específicos donde hace uso de la composición de funciones, de manera casi natural y que, como investigadores, admitimos todos esos elementos que hacen posible que la matemática tenga sentido y hacerla sobresalir, al permitir enfocar en sus usos.

Además, esta estructuración de la información nos permitió aportar hacia el encuentro de nuevos significados que estuvieran asociados a los usos que se le da al conocimiento en contextos relacionados con la ingeniería, además de reconocer dichos usos como parte de lo funcional de la composición de funciones.

Reflexiones finales

La funcionalidad es un aspecto importante a considerar dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática pues permite que los estudiantes tengan la idea adecuada de que la aprendemos no solamente para hacer operaciones y ejercicios, memorizar contenidos, etc., sino que la podemos utilizar o ver en cualquier contexto cotidiano, social o profesional, enfrentar situaciones o problemas y mirar cómo permite mejorar nuestra capacidad para razonarlos, analizarlos, representarlos y, en el mejor de los casos, resolverlos.

En esta investigación, asumimos la composición de funciones, como un conocimiento matemático con significados y usos relacionados con la optimización de procesos, la dependencia múltiple y la cuantificación de procesos de estados.

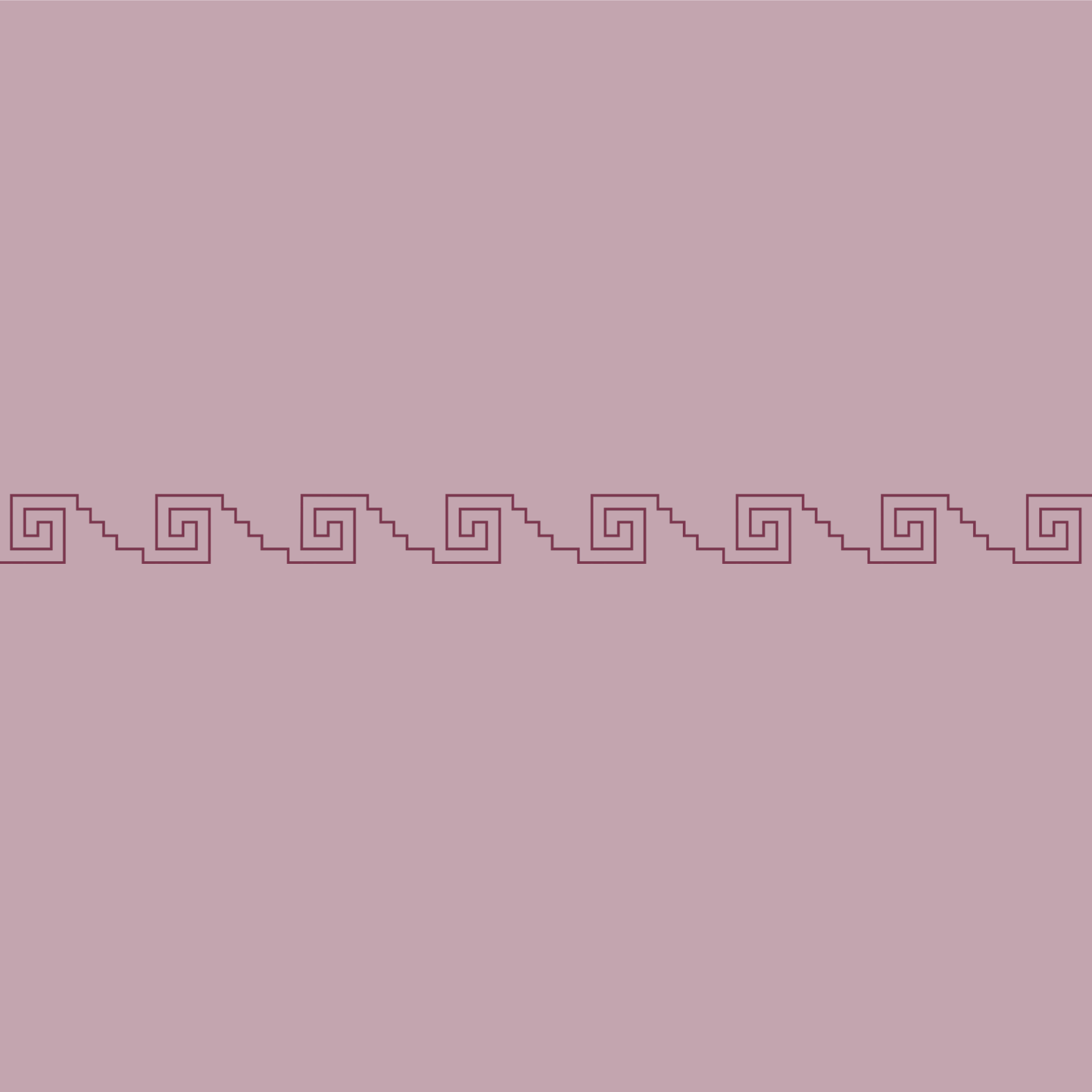
Consideramos que la utilidad de la composición de funciones fue en situaciones donde se cuantifican cambios y en situaciones de optimización ya que permite minimizar costos o evitar la realización de todo un procedimiento para recurrir a fórmulas matemáticas compuestas. Además, se hicieron a partir de gráficas cartesianas lo que indica que es una herramienta de representación matemática útil para visualizar la información en ingeniería y analizarla. Aquí también, es necesario reconocer que la matemática no es individual o aislada de otras, sino que viene acompañada de otros conocimientos matemáticos que le dan sentido, coherencia y utilidad.

En el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas se aporta al ampliar la conceptualización de este conocimiento más allá de una simple sustitución de funciones y reconocer algunos de sus usos ligados a los contextos de ingeniería. Además, se logró asociar las situaciones de uso como

un panorama en el que el ingeniero utiliza la matemática como herramienta de trabajo y le permite analizar y dar solución a sus problemas.

Con este marco de referencia abrimos un camino más hacia el progreso de un concepto que, en su momento era acabado y sin sentido, y ahora tiene nuevos significados con situaciones en el que se usa y que logra una de tantas conexiones entre lo que enseñamos y lo que verdaderamente utilizamos.

Se considera que, con este punto de partida, las investigaciones pueden extenderse a encontrar nuevos significados del concepto; explorar otros contextos diferentes a la ingeniería; crear diseños de aprendizaje basados en lo funcional de este saber y complementar las investigaciones en torno a lo cognitivo y didáctico del saber.



CAPÍTULO 5.

PROPUESTA DIDÁCTICA PARA EL DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO CONDICIONAL EN ESTUDIANTES DE BACHILLERATO

Isabel Tuyub Sánchez
Eder Ebenezer Ruiz Figueroa
Itzel Yahaira Tuyub Sierra
Estelita García
Universidad Autónoma de Yucatán

Resumen

El presente capítulo contiene la metodología empleada de una investigación que diseñó y aplicó una situación didáctica con base en elementos cognitivos y epistémicos de la probabilidad condicional, bajo Ingeniería Didáctica, de

manera que favorece el desarrollo del razonamiento condicional en estudiantes de bachillerato, razonamiento que permite establecer relaciones causales entre variables de cualquier ámbito. A partir de los resultados obtenidos, se infiere que el enfoque de identificación de sesgos, identificados en una prueba diagnóstica, así como los contextos basados en la epistemología de la probabilidad condicional, utilizados en las actividades de la propuesta, contribuyeron al desarrollo y uso del razonamiento condicional por parte de los estudiantes.

Palabras clave: Probabilidad condicional, razonamiento condicional, sesgos.

Introducción

Dentro de la matemática educativa uno de los objetivos es generar propuestas de aprendizaje que permitan en el estudiante aprendizajes significativos. Para ello, uno de los factores a considerar es el tipo de elementos esenciales puestos en juego para el aprendizaje de cierto concepto y el contexto del estudiante con el fin de fomentar tipos de pensamiento matemático que no permite centrarse solo en la estructura del objeto como tal sino en el razonamiento tras este.

En particular, en el estudio de la probabilidad condicional identificamos una relación entre dos eventos: uno *a priori* y otro *a posteriori*, y esperamos que el razonamiento involucrado apoye con el desarrollo de dicho estudio. El razonamiento condicional (RC) es el medio para determinar el tipo de relación que guardan estos dos eventos en diferentes situaciones (Batanero *et al.*, 2012), además de que permite discernir si la ocurrencia de un suceso influye en la probabilidad de ocurrencia de otro (Díaz y de la Fuente, 2005).

Es por lo anterior que, consideramos el desarrollo del RC como parte fundamental para la enseñanza del concepto de probabilidad condicional,



puesto que, para realizar un cálculo de la probabilidad de dos eventos, primero es importante reconocer el tipo de relación que guardan entre sí los eventos involucrados.

Al considerar un tipo de razonamiento como el medio para la enseñanza de la probabilidad condicional, es necesario profundizar en aspectos cognitivos que permitan entender errores desde la concepción que influyen en la adquisición de nuevos conocimientos, como lo son las concepciones que los estudiantes tienen en relación con el concepto en cuestión. Balacheff & Gaudin (2002) mencionan que las personas están en constante interacción con su entorno desarrollando concepciones sobre conceptos que se emplean en la matemática y que, a su vez, podrían o no estar alejadas de sus significados dentro de este ámbito. En relación con la probabilidad condicional, existen dos tipos de concepciones: las intuitivas, asociadas a palabras del lenguaje cotidiano como independencia, dependencia y condicionamiento; y las matemáticas, asociadas a cómo se entienden sus conceptos propios como la probabilidad conjunta y espacio muestral. Ambas concepciones influyen en el aprendizaje de la probabilidad condicional cuando se razona el tipo de relación que tienen los eventos involucrados, sin embargo, una concepción sesgada puede no apoyar al desarrollo del razonamiento de interés.

En el presente trabajo describimos la metodología empleada para el desarrollo de una propuesta didáctica para la enseñanza de la probabilidad condicional, particularmente centrada en el desarrollo del RC. Tomamos como punto de partida las concepciones previas que los estudiantes tienen sobre la probabilidad condicional y situaciones basadas en la epistemología de la probabilidad condicional (ámbitos de aplicación y funcionalidad).

Pensamiento aleatorio y probabilidad

Ante la ocurrencia de fenómenos que generan incertidumbre, el ser humano desarrolla y hace uso de un pensamiento el cual permite tolerar, entender y explicarlos. Este se denomina pensamiento aleatorio y su característica principal es que ayuda a tomar decisiones ante la falta de información sobre los fenómenos aleatorios (Olaya, 2018). Si bien, la génesis del pensamiento aleatorio de una persona ocurre en una edad temprana a partir de experiencias, este pensamiento se construye y formaliza por medio del estudio de la probabilidad, rama de las matemáticas que tiene como objeto de estudio a los fenómenos aleatorios (Batanero *et al.*, 2007; Godino y Batanero, 2004; Olaya, 2018).

En el currículo escolar mexicano se incluye la enseñanza de la probabilidad desde el nivel básico, con el propósito de construir y formalizar el pensamiento aleatorio de los estudiantes. Por ejemplo, a través de los aprendizajes esperados planteados en currículos de preparatorias tales como el Colegio de Bachilleres (2017) y Universidad Autónoma de Yucatán (2015), se infiere que al estudiar los temas de probabilidad, los estudiantes dispondrán de habilidades asociadas al razonamiento causal, análisis *a priori* y *a posteriori* de sucesos aleatorios, por mencionar algunos, que les permitan estudiar otros conceptos durante su formación académica, como el estudio de prueba de hipótesis, regresión lineal e intervalos de confianza.

Lo anterior se formaliza mediante el estudio del concepto de la probabilidad condicional, la cual se considera como el conjunto de prácticas asociadas a la resolución de problemas que involucran sucesos *a priori* y *a posteriori* de dicho objeto (Megías, 2017). Se rige por el principio de causalidad (relación causa-efecto) y su estudio permite el desarrollo del RC, que es parte del pensamiento aleatorio.



Por medio del RC se pueden establecer relaciones causales entre variables estadísticas de cualquier ámbito, por ejemplo, en la biología, determinar el porcentaje de padecer una enfermedad en específico si algún familiar la adoleció; hace posible modificar las conclusiones de los sucesos dependiendo de cuánta información se obtenga (Batanero *et al.*, 2012; Contreras, 2009; Díaz y Batanero, 2005; León, 2008 y Rodríguez, *et al.*, 2010) y, además, posibilita discernir si la ocurrencia de un suceso o sucesos) influyen en la probabilidad de ocurrencia de otro o no (Díaz y de la Fuente, 2005).

Osorio, *et al.* (2011) y Lopes (2013) mencionan que probabilidad es una de las asignaturas referente a las matemáticas que más se les dificulta a los estudiantes y, por ende, presentan problemas al momento de aprender los conceptos propios de ésta. Por otro lado, autores como Lavalle, *et al.* (2006) y Asanza (2018) reportan que los estudiantes no establecen relaciones entre variables estadísticas de manera adecuada o se les dificulta percibir relación alguna. Este conflicto se puede identificar en el estudio de conceptos relacionados a la probabilidad. Incluso, este problema se puede destacar al estudiar la noción de probabilidad condicional.

Coincidimos con Garzón (2018), Asanza (2018) y Batanero *et al.* (2016) en que el tratamiento que la escuela da tradicionalmente al concepto de probabilidad condicional se enfoca en proporcionar la definición y su fórmula; posterior a ello, se ejemplifica su aplicación, principalmente, en contextos de juegos de azar. Esto impide que los estudiantes desarrollen en su totalidad las competencias establecidas en el currículo relacionadas con desarrollar el razonamiento condicional en los estudiantes. Un ejemplo de ello se observa en los resultados de las investigaciones de Raeburn (2013), Penalva *et al.* (2010) y Batanero *et al.* (2012), en las que los estudiantes utilizan la formulación del concepto, pero no comprenden del todo el significado intrínseco de éste.

Las dificultades presentadas pueden llegar a afectar incluso hasta en cursos más avanzados, como es el caso de la asignatura de inferencia estadística, porque conceptos como las distribuciones de los estadísticos en el muestreo, el nivel de significación en un contraste de hipótesis y las rectas de regresión lineal, se definen mediante la probabilidad condicional (Batanero *et al.*, 2012).

Probabilidad condicional: concepciones y sesgos

Con respecto al aprendizaje del concepto de probabilidad condicional, un factor que puede influir en este proceso son las concepciones que los estudiantes tienen sobre los elementos involucrados de la probabilidad condicional, las cuales pueden estar sesgadas y obstaculizar el desarrollo del razonamiento tras el concepto, que Batanero *et al.*, (2012) han denominado falacias:

- Falacia del jugador: Se calcula la probabilidad de un evento en función de resultados anteriores.
- Falacia de la condicionada transpuesta: No se discrimina adecuadamente entre las dos direcciones de la probabilidad condicional: $P(A/B)$ y $P(B/A)$, como consecuencia, se toman por iguales las probabilidades.
- Falacia del eje temporal: Creencia de que la ocurrencia del suceso a priori no puede afectar a la probabilidad del suceso a posteriori, es decir, que el evento pasado no puede estar condicionado al evento futuro.
- Falacia de la conjunción: Asumir que una situación específica es más probable que la situación general, es decir, que la probabilidad conjunta es mayor que la probabilidad marginal de cualquier evento involucrado en la conjunta (Batanero *et al.*, 2012).



Estos sesgos en las concepciones fueron el parteaguas para diseñar un diagnóstico que nos permite personalizar el tratamiento del concepto de acuerdo con las necesidades específicas de los estudiantes e iniciar con el diseño de la propuesta.

Marco conceptual

La propuesta que desarrollamos se fundamenta con la selección de los elementos de la epistemología del significado para delimitar la epistemología de la probabilidad condicional, el modelo *Conception-Knowing-Concept* (CKC) el cual permite identificar las concepciones de los estudiantes y la teoría de situaciones didácticas (TSD) para organizar el proceso de enseñanza-aprendizaje del concepto en una propuesta didáctica.

Epistemología del concepto

Con respecto a la importancia del estudio de la epistemología de los conceptos matemáticos para la enseñanza, Sierpinska & Lerman (1996) clasifican tres enfoques de la epistemología de acuerdo con el interés de estudio del investigador (del contexto de justificación y funcionalismo, de visiones sociológicas de la matemática y del significado). Para esta propuesta fue de interés el enfoque de la epistemología del significado, el cual consiste en promover el significado de donde emerge el concepto y hacer prevalecer su funcionalidad.

En este sentido, las situaciones que conforman a las actividades de la propuesta se enfocaron en contextos basados en la epistemología del concepto, es decir, en situaciones que propiciaron el desarrollo de la probabilidad condicional, tales como los ámbitos médico y económico, principalmente. Además, las actividades se estructuraron de manera que propicien que los estudiantes

evoquen sus conocimientos previos para así construir el nuevo, proceso en el que el uso del RC es indispensable para proporcionar respuesta a lo planteado.

Modelo CKC

Para entender y determinar las concepciones de los estudiantes, Balacheff & Gaudin (2002) proponen el modelo CKC, conformado por cuatro elementos (P, R, L y Σ) para centrar el análisis de las concepciones en torno a todos o a algunos de ellos, de acuerdo con la situación:

- **P** es un conjunto de problemas en el que se hace uso de la concepción. Son las caracterizaciones de las situaciones que permiten diagnosticar las concepciones de los estudiantes, por medio de la epistemología del concepto.
- **R** es un conjunto de operadores que se emplean para dar solución a dicho conjunto de problemas.
- **L** es un sistema de representación en el que se plantea el problema y sus soluciones son expresadas por medio de justificaciones textuales o procedimientos.
- **Σ** es una estructura de control o la forma de saber si las soluciones expresadas en el conjunto de problemas son correctas.

El modelo es útil para determinar y analizar las concepciones de los estudiantes con respecto a la probabilidad condicional y, a partir de esto, identificar si estas se asocian con algún sesgo en el razonamiento de la probabilidad condicional expuestos por Batanero *et al.* (2012), los cuales podrían obstaculizar el desarrollo del RC.

Consideramos que, en conjunto, las concepciones de los estudiantes y la epistemología del concepto son los elementos necesarios para diseñar una

propuesta didáctica que favorezca el desarrollo del razonamiento condicional en los estudiantes.

Teoría de situaciones didácticas (TSD)

Esta teoría se enfoca en que el individuo logre la devolución de los saberes a través de la interacción de un medio específico de algún saber matemático, el profesor diseña el medio para un aprendizaje significativo y el estudiante interactúa con dicho medio; es cuando se presenta el proceso de aprendizaje (Brousseau, 1995). El estudiante debe transitar por cuatro situaciones a-didácticas (*acción, formulación, validación e institucionalización*), parte de sus conocimientos y realizar reajustes en su conocimiento (asimilación y acomodación de la información) para lograr el aprendizaje del nuevo conocimiento (devolución del saber).

Para relacionar las actividades con las concepciones y la epistemología, usamos los elementos de la TSD ya que contribuyen a organizar el proceso de enseñanza, así como también el de aprendizaje por medio de las situaciones a-didácticas que se definen en la teoría por las cuales transita el estudiante.

Metodología

Para el desarrollo de la propuesta metodológicamente se emplearon las cuatro fases de la Ingeniería Didáctica: análisis preliminares, concepción y análisis *a priori*, experimentación, evaluación y análisis *a posteriori* (Artigue, 1995).

FASE 1. ANÁLISIS PRELIMINARES

En esta fase se realizó una documentación sobre la dimensión cognitiva y epistemológica de la probabilidad condicional, en específico, sobre los sesgos en el razonamiento de la probabilidad condicional, las principales problemáticas en

la enseñanza y aprendizaje a tomar en cuenta al momento de introducir este tema en el aula, así como las problemáticas y razonamiento que dieron origen a la probabilidad condicional.

Con respecto a la dimensión epistemológica, la probabilidad condicional emerge en un contexto en el que fue de interés calcular y analizar la posible ocurrencia de eventos que estaban condicionados a alguno otro (u otros) que ya había sucedido previamente (Mateos y Morales, 2002). Entonces, la probabilidad condicional toma elementos del significado clásico y frecuencial, ya que, por medio de este saber, se deseaba calcular la probabilidad a priori de un evento condicionado a otro evento que ya ocurrió (*a posteriori*), por ejemplo, en economía los que podrían afectar al cobro de impuestos de ciertas regiones, así como aquellas circunstancias de riesgo que podrían afectar a la vida de personas, para crear seguros de vida; en el campo de la medicina, a aquellos elementos que pudiesen propiciar ciertas enfermedades para tener una mayor certeza sobre el estado de salud de las personas (Batanero, 2005 y Batanero *et al.*, 2016). Por lo que se expanden las aplicaciones más allá de los juegos de azar.

Por otro lado, la dimensión cognitiva se delimitó en los sesgos en el razonamiento de la probabilidad condicional que proponen Batanero *et al.* (2012), debido a que las concepciones pueden estar orientadas hacia alguno de los sesgos. Fue de interés diseñar una propuesta didáctica que permitiera orientar las concepciones de los estudiantes hacia los elementos epistémicos mencionados, particularmente a los contextos y funcionalidad de la probabilidad condicional.



Los elementos descritos anteriormente fueron el punto de partida para el inicio de la elaboración de la propuesta, ya que los consideramos al momento de diseñar la evaluación diagnóstica de manera que nos permitiera identificar, mediante el análisis empleando el modelo CKC, las concepciones que los participantes tenían en un inicio.

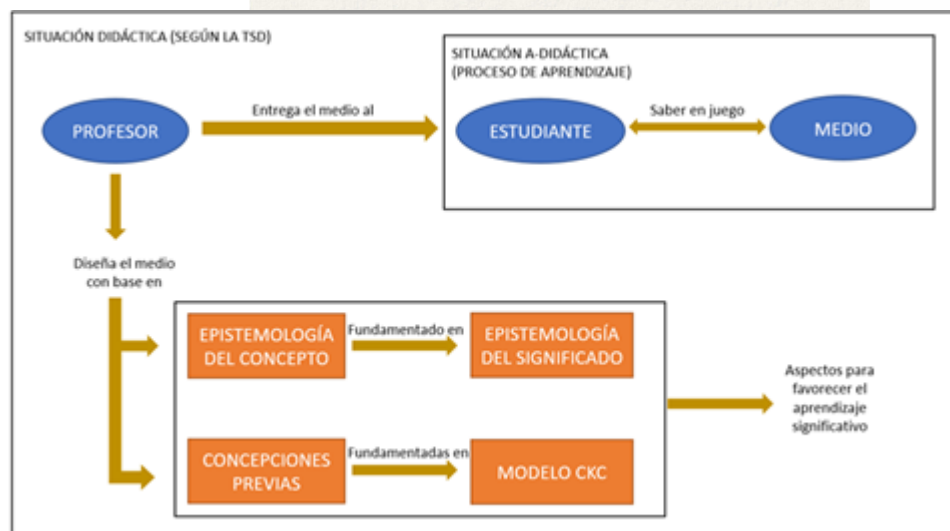
FASE 2. CONCEPCIÓN Y ANÁLISIS A PRIORI

La RC es la variable principal de interés ya que el diseño de la propuesta pretende movilizar intencionalmente el RC de los estudiantes y, en consecuencia, sus concepciones por lo que estas últimas son la variable secundaria de estudio.

El diseño de la situación didáctica se elabora a partir de elementos de la epistemología de la probabilidad condicional de acuerdo con Sierpinska & Lerman (1996), y de las concepciones previas de los estudiantes respecto a elementos asociados a la probabilidad condicional, las cuales se identifican por medio del modelo CKC.

La propuesta didáctica de RC es el medio que se entrega a los estudiantes para que interactúen y realicen el proceso de aprendizaje que se establece en la TSD. Este medio fue elaborado gracias a la integración de la epistemología del concepto (fundamentada en la epistemología del significado) y las concepciones previas de los estudiantes (por medio del modelo CKC), tomando en cuenta a la ingeniería didáctica. Esto se presenta en el siguiente esquema (figura 1).

Figura 1. Esquema de los elementos en el diseño de la propuesta didáctica.



Fuente: Elaboración propia.

Por lo tanto, la intención de la propuesta es favorecer el aprendizaje significativo por medio de los aspectos epistémicos del concepto y las concepciones. Además, consideramos con base en la TSD, que el estudiante, a través de la interacción con el mismo medio, logre transitar por la acción, formulación, validación e institucionalización.

FASE 3. EXPERIMENTACIÓN

Esta fase consistió en la implementación de la propuesta organizada en dos sesiones de trabajo. Dichas sesiones tuvimos que ofrecerlas en línea debido a la emergencia sanitaria del Covid 19 de ese momento, en el que las clases eran únicamente virtuales. Así mismo, las clases no eran obligatorias.



El estudio se realizó con seis estudiantes (J, D, A, G, M, P), quienes estaban cursando el sexto semestre de bachillerato y que, además, no habían abordado el tema de Probabilidad Condicional.

FASE 4. ANÁLISIS A POSTERIORI Y EVALUACIÓN

En esta última fase aplicamos evaluaciones al finalizar ambas sesiones de clase y posteriormente, comprobamos los resultados obtenidos con los de la evaluación diagnóstica. En específico, analizamos la cantidad de sesgos iniciales y finales que los estudiantes presentan, lo cual fue la pauta para determinar en qué medida se favorece el desarrollo del RC. Observamos que hubo un cambio en la forma en que los estudiantes justifican sus respuestas.

Interpretación y discusión

Para efectos del objetivo del presente capítulo, en este apartado presentamos la trayectoria del estudiante J, desde la etapa del diagnóstico hasta la evaluación final como ejemplo de la identificación de sesgos y su confrontación.

En cuanto a la evaluación diagnóstica, la primera situación (figura 2) fue realizada de acuerdo con las características que presentan Batanero *et al.*, (2012), con el fin de identificar el sesgo de la *condicionada transpuesta* según sea la respuesta del estudiante.

Figura 2. Problema 1 del diagnóstico con la respuesta del estudiante J.

Un test diagnóstico de cáncer fue administrado a todos los residentes de una gran ciudad en la que hay pocos casos de cáncer. Un resultado positivo de test es indicativo de cáncer y un resultado negativo es indicativo de ausencia ¿Qué te parece más probable?



- ☐ a) Que una persona tenga cáncer si ha dado positivo en el test de diagnóstico
- ☐ b) Que un test de diagnóstico resulte positivo si la persona tiene cáncer
- ☒ c) Los dos sucesos tienen la misma probabilidad

Justifica tu respuesta del problema 1: *

Por que es un 50/50

Fuente: Elaboración propia, mayo del 2021.

Ante esta pregunta, el estudiante J elige la c) y la justifica. Para identificar si él realmente presenta el sesgo, realizamos un análisis de su justificación mediante el modelo CKC (ver figura 3) propuesto por Balacheff & Gaudin (2002).

En un primer momento, el estudiante presentó el sesgo de la *condicionada transpuesta*, ya que en su respuesta relaciona de manera directa que el resultado de la prueba se ve influenciado por el hecho de ya tener la enfermedad y por ello, considera que la respuesta es un “50/50” (solo se puede obtener un resultado negativo o positivo), pero no consideró la relación contraria de estos eventos, es decir, tener la enfermedad dado que el resultado de la prueba es positivo, por lo que percibe como igual lo descrito en el inciso a) y b).

Figura 3. Análisis de la respuesta del estudiante J.

Problema 1		
Estudiante	Justificación	Análisis (MODELO CKC)
J	Σ : c) Porque es un 50/50	P: Diferenciar los sentidos A/B y B/A R: 50/50.- Calculó la proporción de tener uno de los dos resultados. L: Escrito Σ: Considera que solo hay dos opciones “positivo o negativo”, por lo que se deduce que cada suceso es $\frac{1}{2}$, eso es el 50%

Fuente: Elaboración propia, mayo 2021.

Para subsanar dicho sesgo observado en el diagnóstico, elaboramos una actividad en la propuesta, la cual se centró en el análisis de la relación entre los eventos y la diferencia entre sus probabilidades (figura 4). El primer y segundo inciso tienen como propósito que el estudiante identifique cómo influye cierto factor en la probabilidad de un evento. En las respuestas proporcionadas por los estudiantes J, P y D, quienes trabajaron en conjunto en el segundo momento de la propuesta, identificamos que condicionaron el evento futuro con el evento que ya ocurrió (relación causa-efecto).

Figura 4. Análisis de las respuestas inciso 1 y 2 de la situación didáctica.

En el estado de Yucatán se realizan pruebas rápidas para detectar el COVID-19 en las personas, las cuales tienen cierta probabilidad de fallar (dar un resultado positivo o negativo falso). Para que la persona se realice la prueba se recomienda que lo haga después de una semana de presentar algún síntoma.

1) Para que haya más probabilidad de que la prueba resulte “positiva” que “negativa” ¿Qué factor influiría? Subraya tu respuesta.

a) Factor 1: La persona lo realice una semana después de presentar algún síntoma.

b) Factor 2: La persona tenga el virus.

c) Factor 3: La prueba sea buena.

2) Con base en su respuesta anterior, en sentido del tiempo ¿Cómo ocurre el factor con respecto al otro factor: resultado de la prueba (positivo o negativo)?

Factor que ocurre primero (ya sucedió)	Factor que ocurrirá
Factor 2, que la persona tenga el virus	El resultado de la prueba sea positivo

Fuente: Elaboración propia, mayo 2021.

El inciso 3) tiene como fin propiciar que el estudiante identifique que las probabilidades A/B (A dado B) y B/A (B dado A) son distintas, para ello establecimos los eventos que están involucrados en la situación y por medio de un diagrama, ilustramos cómo se relacionan entre sí. Con base en lo anterior, solicitamos a los estudiantes completar la información de la tabla (ver figura 5). En las respuestas proporcionadas, los estudiantes identificaron que, al cambiar la probabilidad del evento condicional (denominador) la probabilidad condicional debe ser distinta, a pesar de que la probabilidad conjunta (evento A intersección B) es igual en ambos sentidos de la probabilidad condicional (A/B y B/A).

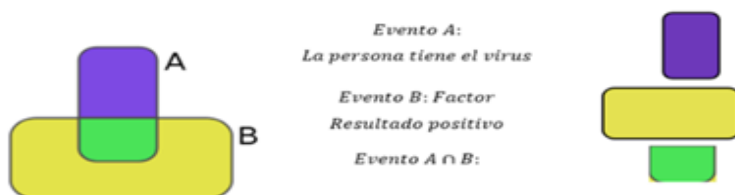
Figura 5. Análisis de las respuestas inciso 3 de la situación didáctica.

3) *Consideren las siguientes situaciones:*

Situación 1: “El resultado de positivo si la persona tiene el virus”

Situación 2: “La persona tiene el virus si se obtiene un resultado positivo”

Al realizar un análisis de ambas situaciones, se puede determinar que están involucrados dos eventos, esto se representa gráficamente de la siguiente manera:



¿Cuál es el evento $A \cap B$?

Que el resultado sea positivo y la persona tiene el virus

Situación	Probabilidad de los casos posibles	Probabilidad de los casos favorables	Expresión para calcular la probabilidad
1: <i>El resultado de positivo si la persona tiene el virus</i>	Probabilidad del evento A	Probabilidad $A \cap B$	Probabilidad del evento $A \cap B$ / probabilidad del evento A
2: <i>La persona tiene el virus si se obtiene un resultado positivo</i>	Probabilidad del evento B	Probabilidad $B \cap A$	Probabilidad $B \cap A$ / probabilidad del evento B

a) ¿Consideran que la probabilidad que se obtendría en esta situación 2 es igual a la que se obtendría en la situación 1? Expliquen su afirmación

No sería igual debido a que los denominadores son diferentes en ambos casos

b) Con base en su respuesta anterior, ¿Consideran que las situaciones son iguales? Expliquen su afirmación

No ya que la redacción de las dos situaciones están planteadas de diferente orden y al ser así influye en los resultados.

Fuente: Elaboración propia, mayo 2021.

Después del tratamiento del concepto, aplicamos una evaluación para verificar si aún persistían los sesgos que evidenciaron tener los estudiantes en un inicio. Estos se analizaron mediante el modelo CKC.

La situación 2 de la evaluación final de la segunda sesión (figura 6) la diseñamos con el propósito de identificar si el estudiante tiene el sesgo de la coniconada transpuesta.

Figura 6. Situación 2 de la evaluación, con la respuesta del estudiante J.

Luis vive en dicha ciudad y compra un automóvil, por lo que le están ofreciendo un seguro para su vehículo, el cual le costea un carro nuevo en caso de sufrir una pérdida total. Luis analiza la situación y contrata el seguro, ya que considera que no es un buen conductor.

Evento A (ya ocurrió)	Evento B (No ocurre)
Luis no es un buen conductor	Luis sufre un accidente

2) *

¿Cuál suceso es más probable?



☒ a) Luis sufre un accidente dado que no es un buen conductor
☐ b) Luis no es un buen conductor dado que sufrió un accidente
☐ c) Ambos sucesos tienen la misma probabilidad

Justifica tu respuesta *

Es esta ya que que el sea un mal conductor es la causa del choque

Fuente: Elaboración propia.

Apreciamos que la respuesta del estudiante J en la evaluación de la propuesta implementada en 2021 El estudiante J se basa en el análisis de cómo es la relación entre los eventos involucrados. En este sentido, es evidente el uso del razonamiento condicional al establecer una relación de causa-efecto entre los eventos en cuestión, como ejemplificamos en la figura 7.

Figura 7. Análisis de las respuestas del estudiante J en la evaluación.

Situación 2		
Estudiante	Respuesta	Análisis (MODELO CKC)
J	Σ : a) Es esta ya que el que sea un mal conductor es la causa del choque	P: Diferenciar los sentidos A/B y B/A R: --- L: Escrito Σ: Considera que el sentido B/A tiene mayor probabilidad de ocurrir al ser una relación de causa-efecto.

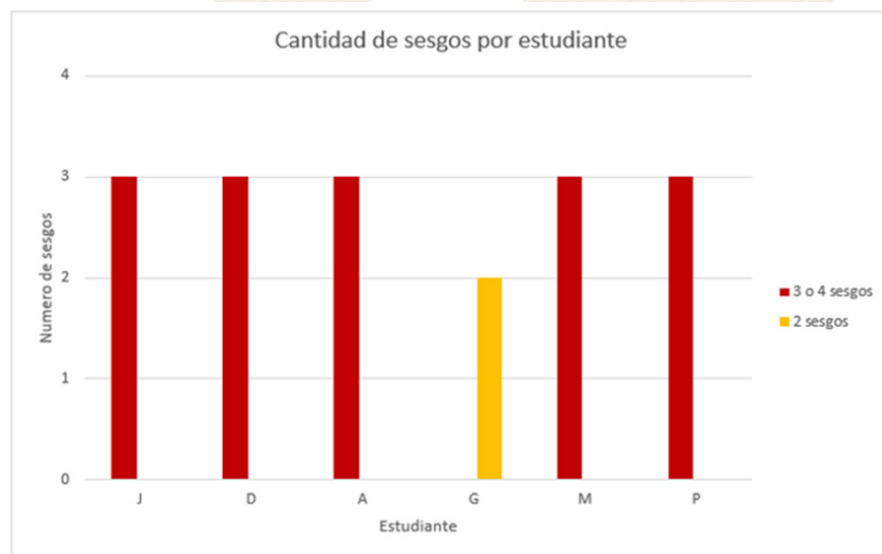
Fuente: Elaboración propia.

El estudiante J proporcionó una justificación la cual se asocia con el sesgo de la condicionada transpuesta. Al momento de realizar la secuencia de actividades, logró desarrollar y hacer uso del razonamiento condicional al identificar las diferentes relaciones de los eventos involucrados en la situación presentada. Esta afirmación se concretó al analizar la justificación que proporcionó en la evaluación final.

Conclusión y reflexiones finales

Con respecto a todos los estudiantes que participaron en la implementación de la propuesta, se presenta un gráfico de barras relacionado a la cantidad de sesgos que se identificaron en la evaluación diagnóstica (figura 8). Cinco de los seis estudiantes presentaron más de tres sesgos.

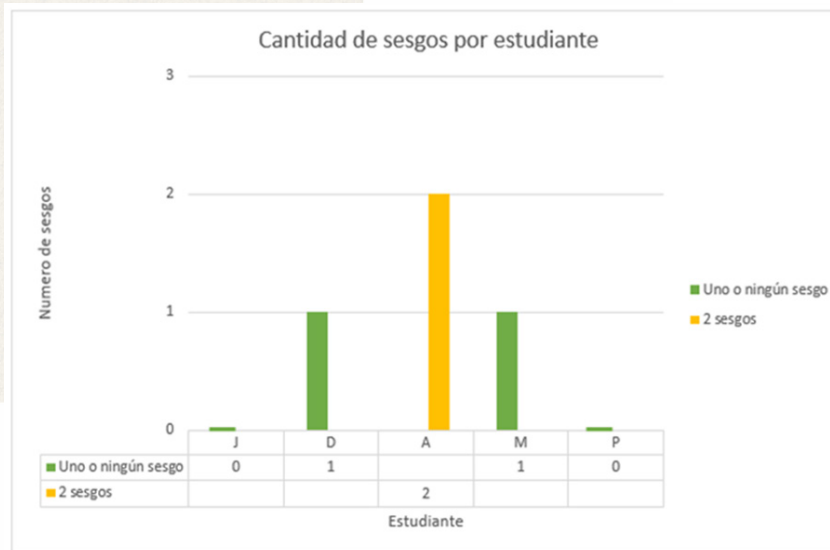
Figura 8. Cantidad de sesgos por estudiante antes de la implementación.



Fuente: Elaboración propia

El gráfico de barras presentado en la figura 9, corresponde la cantidad de sesgos que persistieron posterior a la implementación de la propuesta didáctica, cuatro estudiantes presentaron uno.

Figura 9. Cantidad de sesgos por estudiante posterior a la implementación.



Fuente: Elaboración propia.

Con los datos obtenidos después de la implementación, más de la mitad de los estudiantes logró subsanar al menos un sesgo en el razonamiento de la probabilidad condicional. De manera general, algunos participantes evidenciaron elementos del RC en sus justificaciones de las respuestas a las

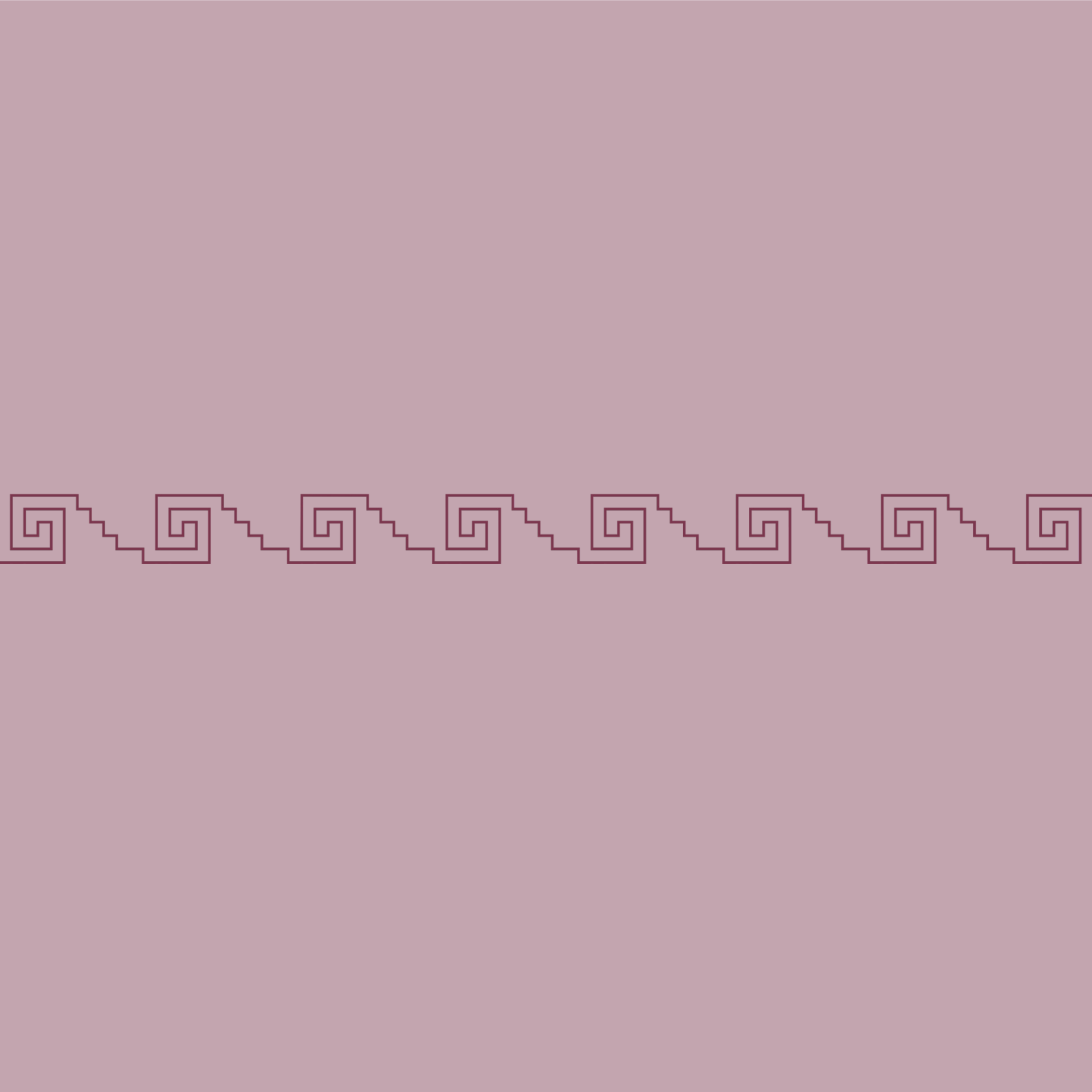
actividades de la secuencia, pero esto no se logró concretar al momento de responder la evaluación final, como es el caso del estudiante A, quien evidenció tener dos sesgos en el razonamiento al finalizar. Lo anterior puede asociarse a que las concepciones del estudiante prevalecieron aun después de realizar la secuencia de actividades, por lo que es de interés determinar si todas las concepciones pueden orientarse hacia diferentes significados a partir de diversos tratamientos o propuestas didácticas.

Por tanto, esta propuesta presentó una forma diferente de llevar a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje de la probabilidad condicional con apoyo de la investigación para identificar y considerar los elementos necesarios para que los estudiantes recurrieran al desarrollo y uso del razonamiento condicional para el aprendizaje del concepto. Esto da pauta para repensar la forma en la que se comunica la matemática en el aula, así como los elementos que se consideran para este proceso.

Por lo anterior, la elaboración de la propuesta didáctica para el desarrollo del RC, considero un enfoque de identificación de las concepciones previas de los estudiantes, a través de sesgos en el razonamiento de la probabilidad condicional, basados en un diagnóstico, así como los contextos basados en la epistemología del significado de la probabilidad condicional utilizados en las actividades, contribuyeron al desarrollo y uso del razonamiento condicional por parte de los estudiantes, es decir, apoyo a la mayoría de los estudiantes a superar los sesgos y con ello, modificar las concepciones que tienen acerca del concepto de estudio.

Además de ser de apoyo para los estudiantes, esta propuesta también abona a profesores que imparten la asignatura de probabilidad, al reflexionar sobre sesgos que pueden volverse obstáculos en el aprendizaje del estudiante.

Por último, sugerimos que se diseñen más actividades para movilizar los cuatro sesgos independientemente si en la prueba diagnóstica solo arroje unos, para tener un repertorio en el momento en que se necesite personalizar.



CAPÍTULO 6.

PROPUESTA PARA ANALIZAR LA INTERACCIÓN EN EL AULA DE MATEMÁTICAS EN UN AMBIENTE VIRTUAL

Erika del Carmen Escobar Mandujano
Universidad Autónoma de Chiapas

127

Resumen

En este capítulo propongo herramientas metodológicas que permitan llevar a cabo un análisis sobre el tipo de interacción que se genera en un aula virtual, por medio de las herramientas tecnológicas. Ello toma relevancia a raíz de la pandemia vivida, porque la educación se trasladó a un ambiente virtual. Este análisis se llevó a

cabo en un grupo de estudiantes de segundo de secundaria, del estado de Chiapas, en la materia de matemáticas. Es importante conocer los procesos de interacción que ocurren en el aula de forma virtual ya que es una de las materias estigmatizadas; observar el comportamiento de los diversos actores que intervienen por medio de herramientas tecnológicas promovió que existiera un equilibrio entre la cantidad de los tipos de interacción estudiante-contenido, profesor-contenido, estudiante-profesor, lo que aportó hacia la práctica reflexiva para generar estrategias hacia el fomento de la interacción estudiante-estudiante en un ambiente virtual.

Palabras clave: Ambiente virtual, herramientas tecnológicas, interacción.

Introducción

En el presente capítulo expongo la forma en que analicé las interacciones de una clase de matemáticas sobre temas de álgebra (monomios y Ley de potencias), en un ambiente virtual, en clases sincrónicas y con herramientas tecnológicas. Debido a la forma en que se pueden dar las interacciones en el aula de matemáticas, en un entorno virtual, es importante proponer herramientas metodológicas que permitan llevar a cabo un análisis de cómo herramientas de ese estilo pueden lograr un efecto en las interacciones en el aula.

Para abordar el tema de monomios y ley de potencias se eligieron herramientas tecnológicas: documentos en línea con ejercicios y Kahoot. Este último es un servicio web de educación social y gamificada, es decir, que se comporta como un juego, recompensando a quienes progresan en las respuestas con una mayor puntuación que les catapulta a lo más alto del ranking (Ramírez, 2022).



Para realizar esta investigación retomé la experiencia de un estudio de caso para plantear cómo analizar las interacciones en el entorno descrito. Todo lo anterior con la finalidad de conocer cómo se llevaron a cabo las interacciones cuando se combinan una herramienta virtual en un medio virtual en el aula de matemáticas. Así, la pregunta que planteé fue: ¿cómo es el proceso de interacción en el aula de matemáticas en un entorno virtual?

En México, la educación cambió de lo presencial a lo virtual en el nivel básico de educación, propuso recursos como libros de texto -impresos o digitales-, radio y televisión, algunos contenidos digitales en su portal, cuadernillos para zonas apartadas (Mancera *et al.*, 2020 citado en Lezama *et al.*, 2020). Dado el entorno de la virtualidad en la educación, el proceso de interacción (se entiende por interacción como aquella relación entre dos o más personas, contenidos o cosas) se volvió un tema algo complejo, debido a que la conexión de internet se alentaba cuando se abría el video para verse cara a cara. O bien porque la calidad del internet no era la idónea y se escuchaba con un desfase o simplemente no se escuchaba. Por otro lado, los estudiantes argumentaron problemas técnicos como no poder abrir su micro, o el mal funcionamiento de su cámara; es por ello, que, si bien podían permanecer en las sesiones síncronas programadas por los profesores, su presencia podría no ser del todo percibida.

Si a estos fenómenos se le agrega que en algunas partes del estado de Chiapas no había acceso a internet e incluso muchas familias no contaban con algún dispositivo (Mérida y Acuña, 2020) para que sus hijos pudieran acceder a las clases en línea, el proceso de interacción profesor-estudiantes se complejizaba aún más.

Por lo mencionado anteriormente, resultó de interés observar el comportamiento de los diversos actores que intervienen en una clase en un formato diferente a lo tradicional, clases que se gestan en diversos formatos en línea como lo son: clases sincrónicas (el profesor se encuentra en tiempo real junto con sus estudiantes) y clases asincrónicas (el contenido se encuentra en una plataforma o herramienta y el profesor proporciona una retroalimentación, pero no en tiempo real).

Marco teórico

La interacción ha sido durante mucho tiempo un componente definitorio y crítico de la educación (Anderson, 2003); por ello durante el drástico cambio producto de la pandemia unos de los más afectados fueron los estudiantes. Díaz (2020) comenta que estamos ante una nueva generación de estudiantes que, en general, está vinculada con la tecnología digital, lo cual ha modificado sus formas de aprender, sus intereses y sus habilidades. Sin embargo, “esto no significa que puedan aprender con la tecnología; saben usarla para comunicarse, para las redes sociales, pero no necesariamente la emplean como un recurso de aprendizaje” (p. 22).

Borges (2005) plantea que los estudiantes se frustran en las clases en línea por las siguientes razones: no disponer de suficiente tiempo; no tener estrategias y destrezas adecuadas a la formación en línea; no participar en actividades colaborativas; desconocer los canales de ayuda y no tener en cuenta el coste económico añadido.

La interacción siempre ha sido valorada en la educación a distancia, incluso en su formato de estudio independiente más tradicional (Anderson, 2008)

como son las clases presenciales. Dentro de los ambientes de aprendizaje virtuales es importante reconocer que existen diversos tipos de interacciones.

Para el año de 1916, los escritos de John Dewey se refieren a la interacción como el componente definitorio del proceso educativo que ocurre cuando los estudiantes transforman la información inerte que les pasa de otro y construirlo en conocimiento con aplicación y valor personal (Espósito, 2003, citado por Anderson 2008).

Fue Michael Moore quien discutió por primera vez las tres formas más comunes de interacción en la educación a distancia (Christenson y Menzel, 1998, citado por Anderson, 2008): Estudiante-estudiante, estudiante-maestro y estudiante-contenido. En 1988, Anderson y Garrison ampliaron la idea ya propuesta por Moore incluyendo las siguientes interacciones: maestro-maestro, maestro-contenido y contenido-contenido.

Para Anderson el modelo presentado en la figura 1 se centra en los estudiantes, los profesores, sus interacciones entre ellos y con el contenido. Esta interacción puede estudiarse a nivel de investigación de matemática educativa basado en dos tipos de interacciones sincrónicas y asincrónicas que emplean medios como, por ejemplo: videos, audios, conferencias por computadora, chats o mundo virtual. Estos entornos son particularmente ricos y permiten el aprendizaje de habilidades sociales, colaboración y el desarrollo de relaciones personales entre participantes (Anderson, *op. cit.*).

La interacción es un recurso maleable en manos del profesor y su uso en el aula dependerá de los objetivos propuestos. No todas las interacciones promueven el aprendizaje ni la participación. Hay interacciones cuya finalidad es conseguir que las intervenciones de ciertos estudiantes queden relegadas a un segundo plano o simplificar y homogenizar el conocimiento matemático. La interacción es positiva cuando hay diálogo (p. 50).

El análisis de las interacciones considera diferentes puntos de vista de Anderson (2008), tal como Ulloa-Brenes (2022) menciona:

El modelo de interacción propuesto por Terry Anderson tiene como su núcleo el aprendizaje profundo y significativo que se puede dar en un escenario educativo en el cual el alumnado, la persona profesor, así como los contenidos, interactúan desde componentes comunicativos específicos que se articulan para una comunicación más integral (p. 208).

Se considera el modelo de Anderson porque consiste en “una serie de requerimientos para que la dinámica de interacciones dadas en el marco de la educación a distancia sea fecunda” (Ulloa-Brenes, 2022, p. 209).

Aspectos metodológicos

El análisis está centrado en las interacciones de un grupo de estudiantes de segundo grado de educación secundaria del Centro Educativo Miguel Lara Vasallo ubicado en el estado de Chiapas, en la materia de matemáticas. La docente encargada del grupo grabó las clases que impartía de forma virtual y posteriormente la información era compartido con los estudiantes con la finalidad de resolver dudas que los alumnos tuviesen, como se muestra en la figura 2.

Figura 2. Clases grabadas por la docente y compartidas en YouTube

☐		Matemáticas II. Ejercicios faltantes Agrega una descripción	 Público	Creado para niñ...	28 ene 2021 Publicado	20	0	0.0 % 0 "Me gusta"
☐		Matemáticas II Clase 25/01/2021 Sistema de ecuaciones lineales, método de sustitución	 Público	Creado para niñ...	25 ene 2021 Publicado	7	0	-
☐		Matemáticas II 2021 Clase Viernes 22/0... Agrega una descripción	 No listado	Creado para niñ...	22 ene 2021 Subido	2	0	-
☐		Matemáticas II Clase 20/01/2021 Agrega una descripción	 Público	Creado para niñ...	20 ene 2021 Publicado	4	0	-
☐		Sistema de ecuaciones Lineales metod... Agrega una descripción	 Público	Creado para niñ...	20 ene 2021 Publicado	23	0	0.0 % 0 "Me gusta"
☐		Matemáticas II 08 enero del 2021 Agrega una descripción	 No listado	Creado para niñ...	18 ene 2021 Subido	2	0	-
☐		Matemáticas II 15 enero 2021 Agrega una descripción	 No listado	Creado para niñ...	15 ene 2021 Subido	4	0	-

Fuente: Elaboración propia.

Posterior a ello, realicé un filtro para seleccionar las clases que eran viables a analizar, considerando dos aspectos importantes: 1) La clase debería estar grabada completamente y 2) durante el desarrollo de la clase los alumnos tenían que haber utilizado la plataforma Kahoot.

El análisis que se llevó a cabo en esta investigación mediante el esquema de Anderson tomó en cuenta las interacciones que ocurren en un ambiente virtual. El esquema de Anderson divide las interacciones en cuatro bloques, por lo que se propuso colocar una simbología para facilitar el análisis, como se resumen en la tabla 1.

Tabla 1. Simbología para el análisis de interacciones

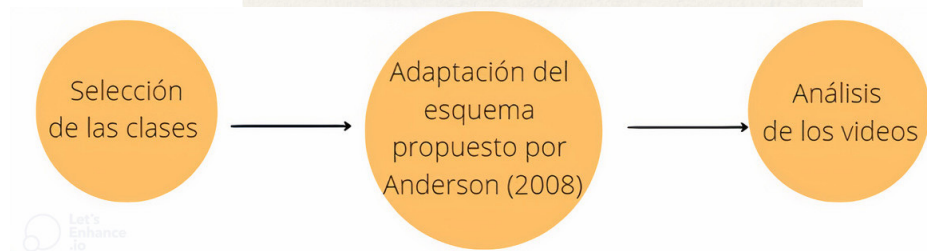
Interacción presentada por Anderson (2008)	Simbología
Estudiante-estudiante	A
Estudiante – contenido	B
Profesor – contenido	C
Estudiante – profesor	D

Fuente: Elaboración propia.

La ventaja que presenta este esquema es que coloca en el centro la interfaz aprendizaje y al alrededor las distintas interacciones con los diferentes actores, como estudiantes, profesores, el tipo de comunicación (sincrónico y asincrónico) y la forma en que se presenta el aprendizaje.

Para el análisis de la grabación de la clase se organizó la información en torno a los siguientes elementos: Duración de la grabación, eje temático, incidencias generales, observaciones e interacciones. Esto con la finalidad de presentar un resumen de lo observado en la grabación, identificar las distintas interacciones que se desarrollan en la clase y mantener ordenada la información presentada, por lo que el proceso metodológico se realizó como se observa en la figura 3.

Figura 3. Proceso metodológico.



Fuente: Elaboración propia

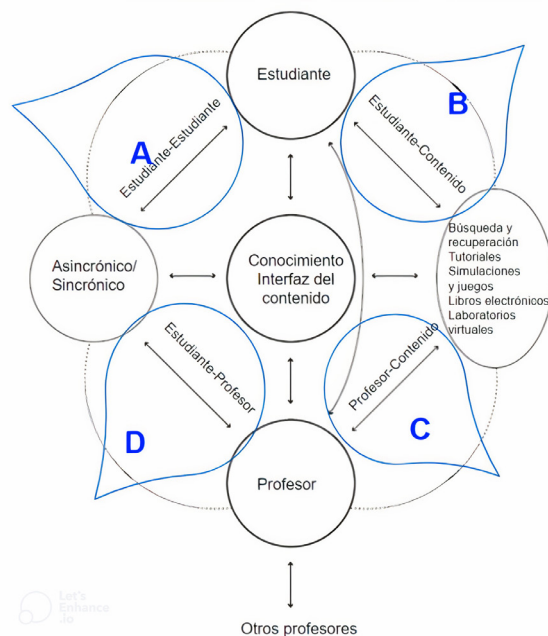
Las clases seleccionadas fueron aquellas cuyo tema matemático fueron Monomios y Leyes de los Signos.

Interpretación y discusión

ANÁLISIS DE LAS INTERACCIONES MEDIANTE EL ESQUEMA DE ANDERSON

Para el análisis realicé una modificación al esquema de Anderson (2008), la cual consiste en agregar una simbología (figura 2) que permita identificar de manera fácil cuando dichas interacciones se presentan para observar las distintas interacciones entre los principales actores. La tabla 1 ejemplifica la simbología a través de las interacciones presentadas en la figura 4.

Figura 4. Esquema de Anderson. Identificación de las interacciones.



Fuente: Elaboración propia

Análisis de datos con el esquema de Anderson

Al ser una clase de más de 50 minutos, se pudo determinar que existen distintos momentos en los que se presentaron algunos tipos de interacciones, por ejemplo, una interacción profesor-contenido (A). Para distinguir de mejor manera el orden en que se presentaron dichas interacciones coloqué subíndices (A1, A2, ...etc.). Cabe señalar que las letras son con el único objetivo de identificar qué tipo de interacción se lleva a cabo durante el análisis de las grabaciones.

A continuación, se presentan los análisis con el esquema de Anderson (2008) de dos temas abordados de manera sincrónica. La letra es en relación con lo

expresado en la tabla 1 y la parte numérica el orden consecutivo identificando. Sobre las figuras también realicé marcas para enfatizar y analizar la relación entre las interacciones como, por ejemplo, antecedentes o consecuentes. Para su mayor comprensión y visualización realicé por separado los distintos acontecimientos que ocurrieron. Dicho análisis se representa en las figuras 5 y 6.

Figura 5. Análisis de las interacciones en el aula con respecto al tema del monomio.

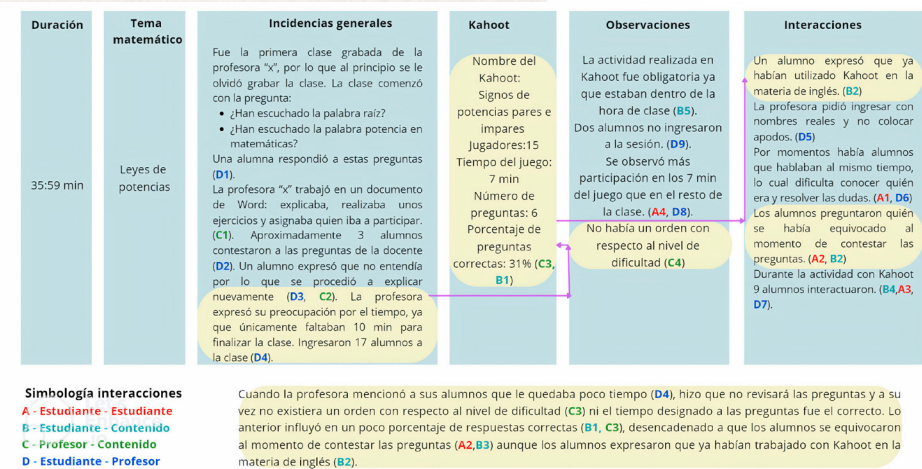
Duración	Tema matemático	Incidencias generales	Observaciones	Interacciones
52:26 min	Monomio	Se inició un tema nuevo y se analizaron los monomios semejantes (C1). Entre los alumnos presentes se comenzaron a resolver los ejercicios en un pdf (D1, C2, B1). Comenzaron a ver sumas, restas, multiplicación y división de monomios. Una alumna tenía dudas en la forma de como expresar el símbolo de elevación (D2). La profesora pidió a una alumna que enviara su proyecto nuevamente debido a que el que había enviado era imposible de visualizar (D3). La profesora recibió una llamada por parte de la dirección de la escuela, mientras se ausentó, un alumno tenía una duda las cuales sus compañeros se encargaron de resolver (C3, B2, A1).	En esta ocasión no todos los alumnos ingresaron a la clase (B3). La profesora daba tips para resolver ciertos problemas, preguntaba dudas y después brindaba una retroalimentación (D4, C4).	Un alumno expresó que tenía problemas de conexión. (B4) Una alumna pidió que la profesora repitiera lo que había dicho. (D5) La profesora tenía problemas con el sonido (C5) Un alumno pidió que la maestra lo esperara pero la profesora no lo escuchó por ruido. (C6)

Nota. Se puede apreciar una tabla sobre la grabación con duración de 52:26 minutos sobre el tema del monomio y la simbología de las interacciones: A estudiante-estudiante, B estudiante-contenido, C profesor-contenido y D estudiante-profesor. Con base en las observaciones y el tipo de interacciones se realizan relaciones para inferir el análisis.

Fuente: Elaboración propia.

La profesora decidió trabajar con documentos colaborativos ya que anteriormente había tenido buenas experiencias, lo cual menciona en la grabación (D1, C2, B1). Una estudiante tenía dudas técnicas al momento de escribir elevaciones y entre sus compañeros procedieron a apoyarla (D2). Durante el desarrollo de la clase la profesora tuvo que ausentarse y entre los estudiantes se apoyaron en resolver dudas de los ejercicios que estaban realizando (C3, B2, A1). Durante el desarrollo de la clase la profesora daba una retroalimentación al final de cada pregunta (D4, C4).

Figura 6. Análisis de las interacciones de la temática de Leyes de potencias



Nota. La simbología de las interacciones: A estudiante-estudiante, B estudiante-contenido, C profesor-contenido y D estudiante-profesor. Con base en las observaciones y el tipo de interacciones se realizan relaciones para inferir el análisis. En una clase de 35:59 min. En esta clase se implementó la herramienta lúdica Kahoot.

Fuente: Elaboración propia.

Los estudiantes expresaron que ya habían trabajado con Kahoot en la materia de inglés (B2). Al momento del uso de éste existieron diversos problemas debido a la mala conexión de internet (D9). Las interacciones se dieron cuando la profesora mencionó que quedaba poco tiempo (D4), hizo que no revisaran las preguntas a su vez que no existiera orden con respecto al nivel de dificultad (C3), ni el tiempo designado a las preguntas fue correcto. Lo anterior, influyó en un poco porcentaje de respuestas correctas (B1, C3), desencadenando que los estudiantes se equivocaran al momento de contestar las preguntas (A2, B3).

Reflexiones finales

En las figuras 3 y 4 se observa la cantidad y tipo de interacciones ocurridas en el aula de matemáticas. Las figuras presentadas mostraron un análisis cualitativo de qué fue lo que sucedió en la clase. Se puede observar que existen más interacciones “C” (profesor – contenido). La tabla 2 y las figuras 4 y 5 cuantifican las interacciones.

Tabla 2. Totalidad de interacciones observadas en la clase de matemáticas

Interacción presentada por Anderson (2008)	Total de interacciones en la clase de monomios	Total de interacciones en la clase de leyes de los exponentes
A. Estudiante-estudiante	1	4
B. Estudiante - contenido	4	5
C. Profesor - contenido	6	4
D. Estudiante – profesor	5	9

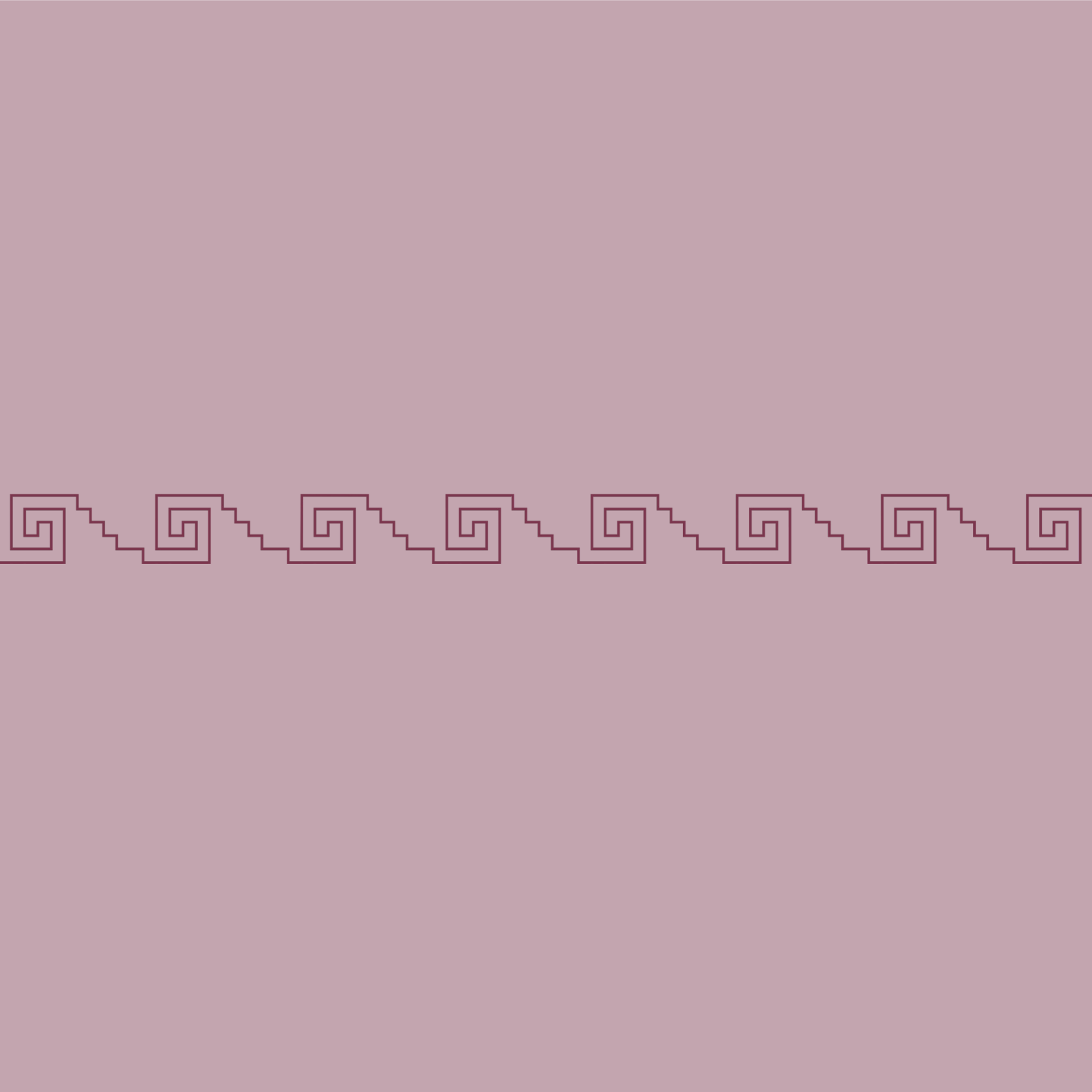
Nota. Análisis de la totalidad de las interacciones que se dieron con base en los tipos de interacciones y en las sesiones sincrónicas.

Fuente: Elaboración propia.

Lo anterior indica un equilibrio entre lo que el profesor comunica con las interacciones que los estudiantes aportan a la clase. Mientras que los estudiantes tienden a interactuar menos entre ellos, aunque sí lo realizan; se aprecia mayor interacción en el tema abordado con Kahoot, lo que implica que herramientas tecnológicas dinámicas o con juegos provoquen mayores tipos de interacción.

Si bien realizar un análisis de las interacciones puede resultar complicado cuando se analiza desde el punto de vista cualitativo, debido a que es un análisis interpersonal, tiene la ventaja de identificar en qué puntos se presentaron mayores interacciones. Este análisis puede ser mejorado con algún software que cuantifique las interacciones y que ofrezca una línea de tiempo para conocer en qué momentos se obtuvieron mayores interacciones.

La interacción que no se suscitó, pero sí se identificó, fue la de estudiante-estudiante, la cual pudo darse en la virtualidad. De este análisis de las interacciones en el aula virtual de matemáticas se puede plantear que ayuda al profesor a reflexionar sobre su práctica y poner detenimiento cuáles fueron las que más se presentaron en la clase e intentar crear otras estrategias para tener un equilibrio entre las otras interacciones que se describieron en el apartado teórico. Esto es un aporte a la forma en que se puede autoevaluar su práctica en un ambiente virtual como el que la pandemia ocasionó.



CAPÍTULO 7.

PENDIENTE DE LA RECTA Y VELOCIDAD DE CRECIMIENTO. PROPUESTA CON INCORPORACIONES SOCIOCULTURALES DE LA ETNIA CH'OL

Brenda Paulina Pérez Gutiérrez
Universidad Autónoma de Chiapas

Resumen

Este capítulo presenta los resultados obtenidos al aplicar una actividad de aprendizaje que se esperaba favoreciera la comprensión de la relación de la pendiente de la recta con la velocidad de crecimiento. La actividad fue

aplicada a estudiantes pertenecientes a la etnia ch'ol de tercer semestre de bachillerato, de la localidad de San José El Limar en Tila, Chiapas, México. En la actividad solicité a los estudiantes que identificaran las alturas de plantas en distintas fases lunares para contrastar los patrones en la predicción de ángulos de inclinación. Se consideró como marco teórico la teoría socioepistemología de la matemática educativa (TSME) y parte de la ingeniería didáctica como base metodológica. Los estudiantes llegaron a relacionar el concepto de pendiente como la velocidad de crecimiento de la planta de maíz, este hallazgo fue reconocido como la rapidez del crecimiento de la planta con el ángulo de inclinación de la recta.

Palabras clave: Actividad de aprendizaje, pendiente-velocidad, ch'ol.

Introducción

La línea recta es un concepto que se trabaja en geometría analítica, una materia en el plan de estudios del sistema escolar del Colegio de Bachilleres de Chiapas en México (COBACH). El concepto de pendiente de una recta es esencial para la formación matemática de los estudiantes de nivel medio superior, fundamentalmente, porque es base de otros conceptos matemáticos. Además, la pendiente como concepto matemático está presente en los currículos de la enseñanza media y superior de todos los países y es objeto de estudio, de manera formal, a partir del nivel de secundaria (Teuscher y Reys, 2010, 2012; Nagle, Moore-Russo, Viglietti y Martín, 2013; Hoffman, 2015; Deniz y Kabaal, 2017; Rivera y Dolores, 2017; Beyerley y Thompson, 2017 en Abreu *et al.*, 2020).

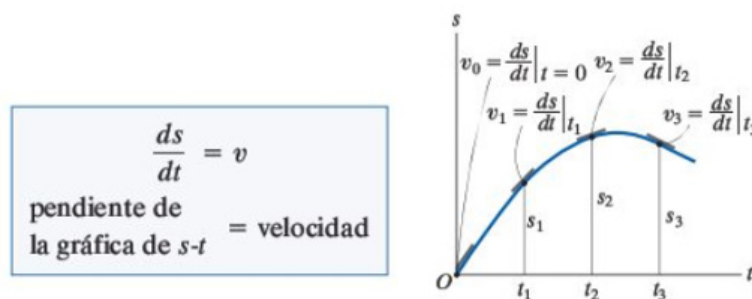
Rivera *et al.* (2019) reportaron que algunos estudiantes confunden los conceptos de pendiente con la recta y otros desconocen las relaciones entre aspectos geométricos y variacionales de la recta. Por su parte, Suárez y

Verdugo (2021) recalcan que algunos estudiantes confunden la medida del ángulo de inclinación de una recta con su pendiente, mientras otros solo evidencian una pendiente desde su aspecto geométrico al localizar dos puntos en un plano o no reconocen la aplicación de su significado en otras disciplinas.

Atendiendo a los obstáculos reportados de la literatura, y con el fin de que los estudiantes no confundan a la pendiente con alguna otra característica de la recta, planteé una actividad de aprendizaje, con la intención de favorecer la comprensión de la relación de la pendiente de la recta con la velocidad de crecimiento, un aspecto que tiene un significado de magnitud física.

Este capítulo es producto de la implementación y análisis de una actividad de aprendizaje desde el estudio de la velocidad, toda vez que, uno de sus usos está asociada con el conocimiento de la pendiente, ya que, en una gráfica de posición la pendiente representa la velocidad de un objeto (ver figura 1). Así que el valor de la pendiente en un tiempo específico de la gráfica representa la velocidad del objeto en ese instante.

Figura 1. Interpretación de la pendiente de una recta como velocidad.



Fuente: Hibbeler (2010, p.19).

Es así, como en búsqueda de una forma para evitar que los estudiantes confundieran las características de la recta, elaboré una actividad de aprendizaje con la incorporación de algunos aspectos socioculturales propios de la comunidad San José El Limar, Tila; que pertenece a la etnia ch'ol. La inquietud de incorporar aspectos culturales en el diseño de la actividad surgió toda vez que el estado de Chiapas, México es rico en etnias (Rizo, 2017); y es común que una comunidad de profesores que llegue a impartir clases a localidades pertenecientes a alguna de estas etnias se enfrente al reto de crear estrategias que sean de ayuda para abordar asuntos de interés con objetos matemáticos. Por ello, consideré que, la incorporación de aspectos socioculturales en la clase de matemáticas podría favorecer la interpretación de la pendiente de una recta, en particular, cuando se hace alusión a asuntos relacionados con velocidad en el crecimiento de una planta.

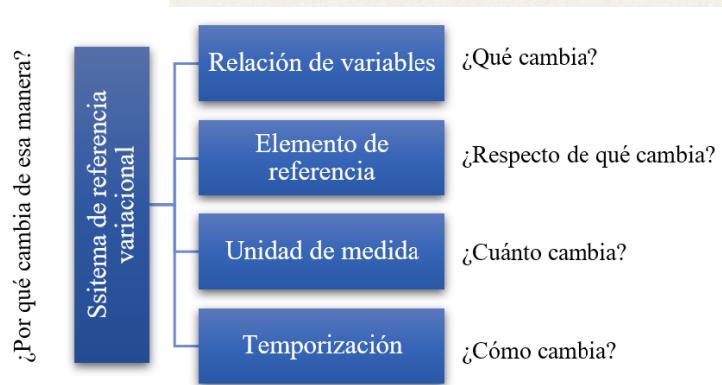
Por tanto, y teniendo en cuenta como categorías para el desarrollo de la propuesta: la pendiente y la comunidad, la interrogante de la investigación es: ¿cómo se favorece el aprendizaje de la relación entre pendiente y la velocidad de crecimiento en estudiantes pertenecientes a la etnia ch'ol a través de una actividad de aprendizaje que incorpora aspectos socioculturales? Para dar respuesta a este interrogante planteé el diseño de una actividad de aprendizaje dirigida a estudiantes de bachillerato pertenecientes a la comunidad ch'ol en San José El Limar, Tila; como una aproximación al estudio de la relación entre la pendiente y la velocidad de crecimiento que retoma aspectos culturales objetivados y subjetivados (Dietz, 2017).

Marco teórico

La teoría socioepistemología de la matemática educativa (TSME) sirvió para construir la actividad de aprendizaje con la cual trabajaron los estudiantes. Elegí este marco teórico ya que la TSME modela la construcción social del conocimiento matemático desde diferentes puntos de vista, a saber: situacional, tomando elementos de estudio como el contexto, la individualidad de los estudiantes, su entorno sociocultural y las relaciones que se presentan dentro de su comunidad, las afecciones y concepciones hacia la matemática, entre otros elementos de corte sociocultural (Cantoral, 2013b).

La TSME propone que la unidad de análisis se centre en la actividad humana y en las circunstancias que le rodean, es decir, analiza al ser humano usando y haciendo matemáticas, no solo su producción. Dentro de este marco teórico, Caballero y Cantoral (2013) definen al pensamiento y el lenguaje variacional (PyLVar) como una línea de investigación y analizan las dificultades para desarrollar el PyLVar enfocado en aquellas características propias de este y la forma en que se desarrolla caracterizada por proponer el estudio de situaciones y fenómenos en los que se involucra el cambio y la necesidad de predecir estados futuros; motiva el estudio y análisis de la variación. De acuerdo con los autores, el PyLVar se encuentra en la relación de la pendiente con la velocidad, en esta relación debe procurarse una racionalidad Caballero (2018), como se ejemplifica en la figura 2.

Figura 2. Racionalidad para la variación.



Fuente: (Caballero, 2018, p.99).

Fue en atención a esta racionalidad que consideré el diseño de la actividad de aprendizaje aplicada a los estudiantes de bachillerato del COBACH 66 y se describe en el apartado metodológico a continuación.

Metodología

La metodología empleada en esta investigación tuvo varios momentos, los cuales se describen con detalle a continuación.

Análisis de libros y revisión de antecedentes

En un primer momento analicé los libros de texto gratuitos que están al alcance de los estudiantes del COBACH 66 y sirven de apoyo para sus estudios, esto con el fin de dilucidar cómo desde la clase de matemáticas se abordaba el objeto matemático pendiente de la recta. La búsqueda de los libros tuvo como objetivo el plan de estudios del tercer semestre del sistema educativo (COBACH, 2018). Los libros estudiados fueron: *Geometría analítica* de Lehmann, *Geometría analítica*

de Joseph H. Kindle, *Matemáticas III* para bachillerato de Juan Antonio Cuellar, *Geometría Analítica* de Aguilar Márquez, *Geometría Analítica* tercer semestre. ETayCM; y *Matemáticas 3* de Telebachillerato Comunitario.

Los resultados del análisis de los libros de texto justificaron la idea de crear una actividad de aprendizaje que incorpore aspectos socioculturales del medio y permitiera, tanto al profesor, como a los estudiantes indígenas choles, hacer uso de conocimientos y prácticas que amplían y complementan las matemáticas discutidas por los libros de texto. La atención estuvo centrada en asuntos como la funcionalidad del saber y, con ello, la consideración de aspectos sociales, contextuales y culturales que permiten la constitución del conocimiento. Por ello, también realicé una búsqueda de antecedentes que pudieran considerar esta relación y justificaran la idea de trabajo en torno a un contexto de variación.

Algunos antecedentes que propusieron la incorporación del entorno sociocultural de comunidades de pueblos originarios y el estudio de relaciones de variación se encuentran justificadas desde la línea de investigación denominada PyLVar, y son Caballero y Cantoral (2013) que han centrado su atención en este campo.

De acuerdo con Caballero y Cantoral (2013) las situaciones reales permiten significar conocimientos matemáticos por medio de ideas variacionales que dieron vida y desarrollaron esos conocimientos, más que la mera manipulación simbólica. Bajo esta premisa, las ideas de variación y cambio son fundamentales y hacen parte de la esencia del PyLVar, pues representan la base en la cual se sostiene, cuyo estudio permite resignificar los conocimientos matemáticos propios del cálculo. De modo que el PyLVar se caracteriza

por centrarse en la forma en que los fenómenos estudiados cambian de un estado a otro, al identificar aquello que cambia, cuantifican y analizan la forma en que se dan esos cambios (Caballero y Cantoral, 2013).

En esta línea Cancino (2021) realizó una propuesta para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas respecto a lo variacional con la incorporación de un acercamiento intercultural de las etnias ch'ol y tzeltal. El autor comparó argumentos relacionados con los aspectos culturales que emergen de los estudiantes provenientes de dichos pueblos originarios y ayudan a la comprensión en torno a una situación-problema con el PyLVar, al relacionar el crecimiento del maíz y la luna llena como el inicio de la siembra (condición inicial). Por ello, consideré que las fases de la luna pueden ser utilizadas como un medio para establecer un reconocimiento cuantitativo del cambio, descripciones y cuantificaciones de la forma cómo cambia el crecimiento de plantas.

Mazariegos (2021) se centró en comprender cómo se construye el concepto de variación a temprana edad en comunidades de origen zoque en el estado de Chiapas. El autor recurrió a entrevistas y a cuentos relacionados con actividades propias de su comunidad de origen (Tecpatán y Ocoatepec) en relación con las fases de la luna, y basó su actividad en el crecimiento de las pencas de plátano y calabazas con relación a las fases de la luna.

Por su parte, Velasco *et al.* (2021), diseñaron una actividad de aprendizaje para favorecer la relación entre la pendiente de una recta y el ángulo de inclinación en una comunidad tzeltal. El concepto de pendiente lo interpretaron desde lo físico como la velocidad de crecimiento de la planta de maíz. En Velasco *et al.* (2021) utilizaron una metodología basada en dos etapas: 1) interacción con una informante tzeltal estudiante de nivel superior y sus

familiares para obtener aspectos socioculturales de la comunidad de origen tzeltal. 2) la construcción de actividades relacionadas con la variación para un reconocimiento cuantitativo del cambio, con descripciones y cuantificaciones del cambio, y visualizar por qué el crecimiento de la recta cambia en la forma en que lo hace.

La revisión de antecedentes permitió reconocer algunas estrategias metodológicas para el desarrollo de la investigación. De los trabajos de Cancino (2021) y Mazariegos (2021) se retomaron las entrevistas para recolectar información de aspectos socioculturales propios de la etnia ch'ol, como lo es el cultivo de maíz en relación con las fases de la luna. Del aporte de Velasco *et al.* (*op. cit.*) retomé la relación de la pendiente de una recta y la velocidad de crecimiento, con la etnia tzeltal; de Caballero y Cantoral (2013) los principios del estudio de las variaciones para proponer situaciones en los que se involucraron el cambio, como la planta de maíz que crece conforme avanza las fases lunares, y la predicción de alturas de la planta de maíz en fases lunares posteriores a la mostrada en las ilustraciones de la actividad de aprendizaje.

Entrevistas a los estudiantes

En un segundo momento, para conocer parte de la cultura ch'ol realicé una serie de entrevistas a los estudiantes para preguntar si tenían familiares directos o si ellos mismos se dedicaban a la agricultura. Entre las preguntas se encuentran: ¿Qué tipo de frutos cosechaban?, ¿cuál es la mejor fecha de siembra?, ¿cuál es la mejor fecha de cosecha?, ¿cuándo siembran se fijan antes en qué fase se encuentra la luna?, ¿conoce por qué se siembre en esa fase lunar? y también solicité la elaboración de un cuento donde ellos relataran el tipo de fruto que cosechan en su hogar y los procedimientos de cómo lo hacían y por qué lo hacían de esa manera. De aquí, pude reconocer

los tipos de frutos que siembran y cosechan y el mes óptimo para sembrar dependiendo del fruto que cosechan. Un aspecto que me llamó la atención fue que los estudiantes se basan en las fases lunares para realizar sus siembras, hay que dejar claro que dicho conocimiento lo tienen de manera empírica y en algunos casos lo practican por tradición.

Como estrategia para aprovechar el acervo cultural trasladé parte de este conocimiento y tradiciones de los estudiantes, inherentes a la siembra, a las actividades que se diseñaron en el aula, con la intención de que un objeto matemático, como lo es la pendiente de la recta, tuviera un mayor significado para la comunidad estudiantil del COBACH 66. Este conocimiento se centró en el trabajo en torno a la velocidad de crecimiento en una planta.

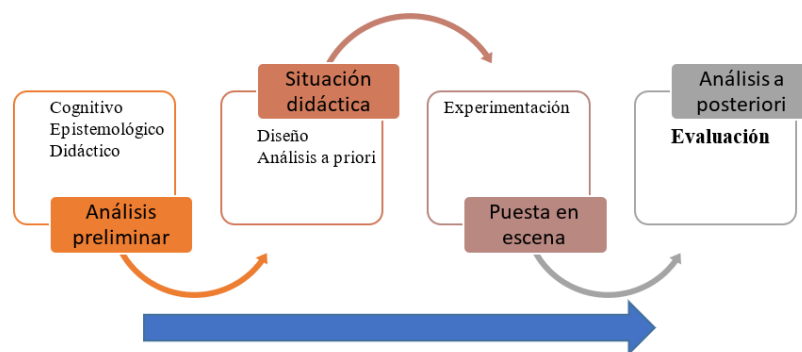
Incorporación de aspectos culturales a los objetos matemáticos

En un tercer momento y para el diseño de la actividad de aprendizaje, se decidió qué aspectos culturales se tendrían en cuenta para el diseño de la situación. Identifiqué como insumos de trabajo los objetos matemáticos donde se pone en uso la predicción del crecimiento de la planta de maíz en diversas fases lunares y la comparación entre distintos crecimientos. La comparación entre los distintos crecimientos en las mismas fases lunares podría aludir a la identificación de una velocidad de crecimiento para una planta en contraste con otra. Así que se esperaba que la actividad de aprendizaje aporte a la comprensión del tema de pendiente situado en la velocidad de crecimiento.

Una ingeniería didáctica

Un cuarto momento consistió en emplear una adaptación de la Ingeniería Didáctica (Artigue, 1995). La ingeniería didáctica brindó un esquema basado en realizaciones didácticas sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza (ver figura 3). Hice una adaptación de las fases debido a que se utilizó desde la fase de análisis *a priori* pasando por la puesta en escena para llegar finalmente al análisis *a posteriori*.

Figura 3. Adaptación de las fases de la ingeniería didáctica.



Fuente: Artigue (1995).

En la fase de análisis *a priori* apliqué una prueba piloto con estudiantes de Oaxaca para hacer un ensayo previo de la actividad de aprendizaje, y conocer ciertas debilidades de este. De los resultados obtenidos reestructuré algunas partes de la actividad con el fin de mejorarla. Hice un análisis *a priori* de la secuencia de actividades basado en lo que se pretende que el

estudiante realicé con la interacción de las instrucciones. Para la puesta en escena, apliqué la actividad de aprendizaje a 28 estudiantes pertenecientes al plantel 66 del COBACH, en San José El Limar, Tila, donde todos hablaban español y algunos la lengua ch'ol. Para la última fase, en el análisis *a posteriori*, revisé los datos obtenidos y los confronté con la parte *a priori*, lo que pensaba iban a realizar los estudiantes al interactuar con la actividad de aprendizaje con lo que realmente hicieron.

Para proponer una unidad de análisis metodológica, en el análisis *a posteriori* que fundamente el desarrollo del pensamiento matemático, el trabajo se fundamentó en la propuesta de Montiel y Buendía (2012), la cual se observa en la figura 4.

Figura 4. Unidad de análisis metodológico de la TSME.



Fuente: Montiel y Buendía (2012).

Análisis y resultados

El análisis se llevó a cabo en tres momentos. En un primer momento tal y como se reporta en el apartado metodológico, realicé el estudio de los libros de texto. De este primer momento de análisis puedo concluir que la representación de la pendiente en los libros de texto no hace que emerja un reconocimiento cuantitativo de cambio, no se realizan descripciones y cuantificaciones de la forma en cómo la medida del cambio de pendiente se modifica en los cambios y, por último, tampoco se gesta el reconocimiento del por qué el crecimiento de la recta cambia en la forma en que lo hace.

Basada en los resultados del análisis de los libros de texto se crearon las actividades. Después de la implementación de estas realicé un análisis *a priori* y *a posteriori* de los resultados obtenidos, los cuales se describen a continuación.

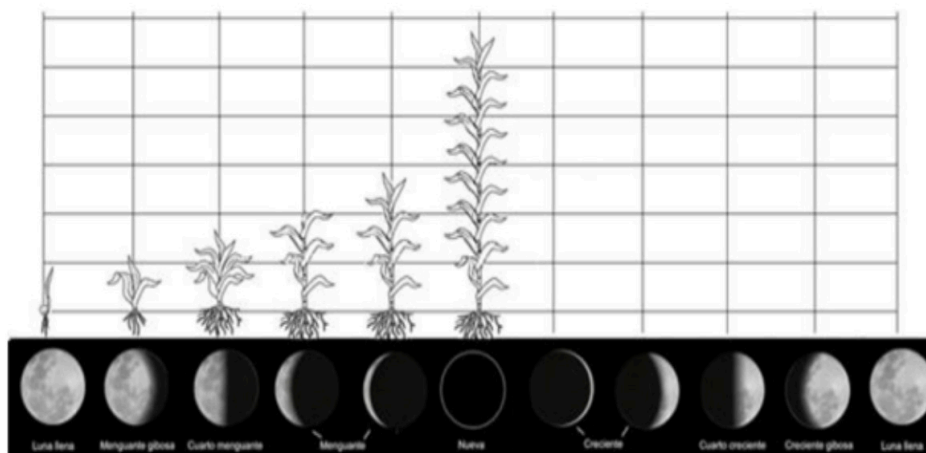
Actividad 1. Identificar el cambio en las alturas de una planta de maíz dado un patrón de crecimiento previo

ANÁLISIS A PRIORI ACTIVIDAD 1

Esta actividad tuvo como intención medir el crecimiento de la planta de maíz con relación a las fases lunares. Y al final una planta de maíz con una altura mucho mayor. Se esperaba que predijeran que esa planta no correspondía al crecimiento dado por la secuencia de crecimiento de un cuadrado para el eje y por cada fase lunar en el eje x. Esto representó un reconocimiento cuantitativo del cambio.

Al comienzo de la actividad de aprendizaje solicité al estudiante estimar la altura de la planta de maíz en luna nueva y si correspondía a la altura de la imagen (ver figura 5).

Figura 5. Diagrama de la secuencia didáctica que representa el crecimiento del maíz con respecto a las fases de la luna.



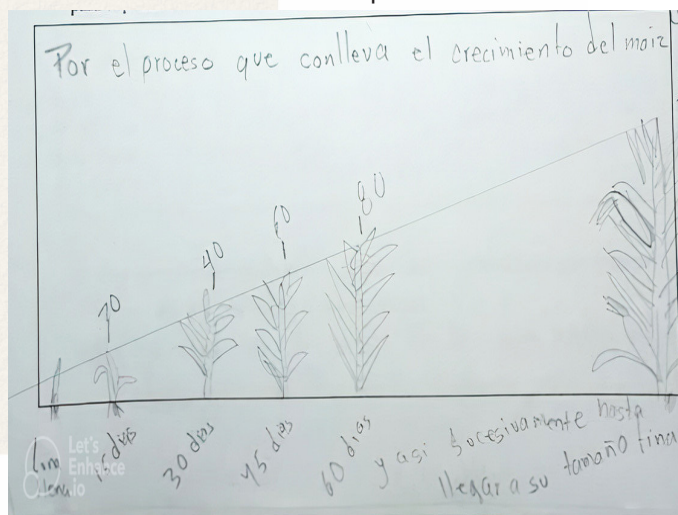
Fuente: Pérez-Gutiérrez (2022).

El 57 % contestó que no tendría la altura que se muestra en la imagen. Comentaron que había diferentes factores que pueden influir en el crecimiento de la planta como, por ejemplo, el clima, el cual ayuda a que crezca más rápido la planta de maíz. Únicamente dos de los 28 estudiantes tomaron en consideración los cuadritos para indicar la altura de la planta.

En sus conclusiones dibujaron una línea recta sobre las plantas de maíz, como se observa en la figura 6. Como los estudiantes poseían un amplio conocimiento en el cultivo de maíz, estimaron la altura por centímetros o días. Algunos establecieron un patrón de crecimiento en centímetros y de manera implícita tomaron en cuenta el ciclo lunar de aproximadamente 29 días. Otros casos, estimaron la altura de planta en meses, y comentaron

el tiempo de cosecha de cuatro a cinco meses. En la figura 6 se aprecian algunos argumentos de esta diferenciación de asignación de unidades para el eje por parte de los estudiantes.

Figura 6. Estimación de la altura de la planta de maíz de San José El Limar.



Fuente: Pérez-Gutiérrez (2022).

ANÁLISIS A POSTERIORI ACTIVIDAD 1

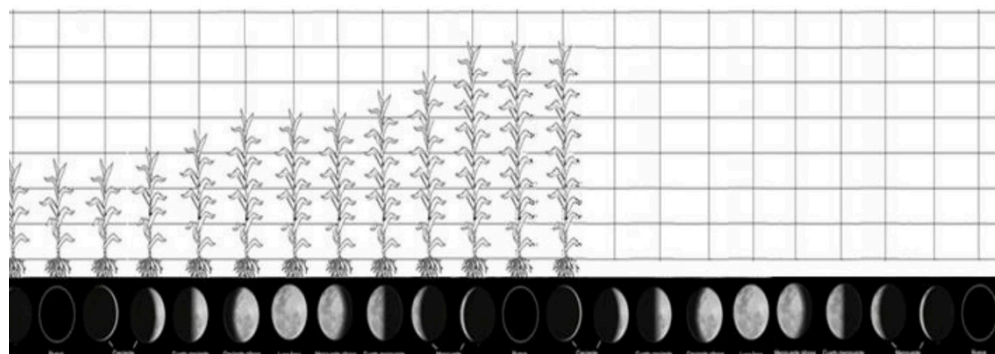
Conocimiento Matemático: ¿Cómo la medida del cambio se modifica de un valor a otro?

Transmisión del saber: La mayoría de los estudiantes observaron la imagen y notaron cómo la planta crece en forma ascendente y establece un patrón de crecimiento. Algunos estudiantes indicaron que la planta crecía medio cuadrado en el eje y por cada fase lunar. Entonces la altura de la luna

nueva correspondía a cuatro cuadritos. Muchos de los estudiantes reconocieron que el crecimiento de la última planta no correspondía con el patrón de crecimiento. Además, afirmaron que sí correspondía ese crecimiento: condiciones del clima, temperatura, lluvias o por el tipo de suelo donde se había realizado la siembra. Y cuando se les cuestionó por qué decían que su respuesta era “sí”, mencionaron que en ciertas partes de la siembra la milpa no crece parejo.

En la actividad siguiente se les pidió nuevamente a los estudiantes que predijeran la altura de la planta de maíz, pero en la tercera luna nueva (ver figura 7).

Figura 7. Estimación de la altura de la planta de maíz en la tercera luna nueva.



Fuente: Pérez-Gutiérrez (2022).



Actividad 2. Identificar las cuantificaciones de la forma (patrones de cambio) en el crecimiento de la planta de maíz

ANÁLISIS A PRIORI ACTIVIDAD 2

Les pedí a los estudiantes que predijeran la altura de la planta de maíz, pero en la tercera luna nueva. Se esperaba que los estudiantes pudieran identificar el patrón de crecimiento a través de una serie repetida de fases lunares, es decir, la forma en que se comporta el crecimiento del maíz.

Dentro de las respuestas más populares los estudiantes mencionaron que no habría una tercera luna, porque la planta de maíz solo tarda de tres a cuatro meses en dar fruto y morir. Por tanto, para la tercera luna nueva la planta se encontraría marchita o muerta.

En esta etapa de la actividad los estudiantes no lograron identificar la altura por medio de cuadritos, ya que ellos cuentan con el conocimiento empírico del campo y respondieron con base a ello (ver figura 8).

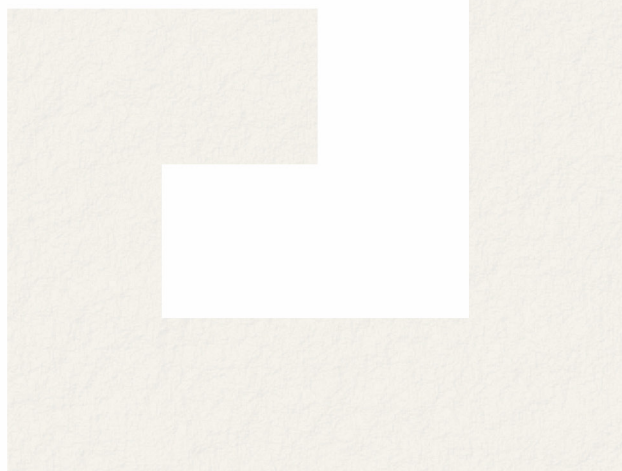
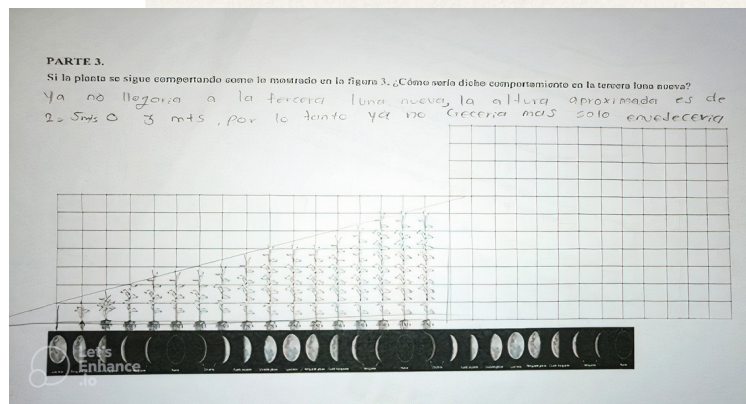


Figura 8. Cálculo de la altura de la planta en la tercera luna nueva.



Fuente: Pérez-Gutiérrez (2022).

Análisis a posteriori Actividad 2

Conocimiento Matemático: ¿Cómo la medida del cambio se modifica?

Transmisión del saber: Algunos estudiantes lograron determinar la altura contando cuántos cuadritos crece la planta fase con fase, la planta a la tercera luna nueva mediría once cuadritos de altura, como se ve en la imagen superior izquierda de la figura 8; otros estudiantes ajustaron todo el crecimiento del maíz hasta la segunda luna nueva como la hipotenusa de un triángulo rectángulo, e indicaron que la planta de maíz hasta esa altura llegaría y que ya no crecería más. Finalmente, algunos respondieron que, para esa tercera luna, la planta sería más alta ya con mazorca. La mayoría de las respuestas dan cuenta del conocimiento que tienen relacionado al cultivo de la planta de maíz y es acorde a lo mencionado a que la planta ya no crecería más. Entonces, las cuantificaciones de la forma en cómo la medida del cambio en el eje se modifica con los cambios del eje solo se logró en pocos estudiantes choles.

Actividad 3. Comparación entre dos patrones distintos de crecimiento de la planta de maíz

Análisis a priori Actividad 3

Se esperaba que la comunidad estudiantil del COBACH 66 visualizará por qué el crecimiento de la recta cambiaba en la forma en que lo hacía y que diera una explicación en ese sentido. Esto a través de la visualización de las imágenes relacionadas con la línea recta de la figura 6 con una pendiente pequeña y una pendiente pronunciada, ambas con el mismo lapso lunar y asociadas con la velocidad de crecimiento de la planta de maíz.

Figura 9. Identificación que la forma de la línea recta representa una velocidad de crecimiento (contraste entre dos distintos ángulos de inclinación).

Describe lo que observas de la figura 6

Es donde empieza a crecer y alcanza como unos 50 cm de altura.

Describe lo que observas de la figura 7

Ya es temporada donde empieza a elevarse y algo de crecer.

¿Qué significa en el crecimiento de la planta que la forma sea como la siguiente?

Es cuando esta recién sembrado y la semilla todavía no ha brotado.

Figura 8

¿Qué significa en el crecimiento de la planta que la forma sea como la siguiente?

Que la semilla del maíz ya creció.

Figura 9

Si se comparan dos tiempos distintos de crecimiento de la planta como en la figura 6 y 7. ¿Qué significa en el crecimiento de la planta que las formas sean como la siguiente?

Un crecimiento muy lento y otro crecimiento muy rápido.

En base a lo trabajado en esta actividad de aprendizaje. ¿Podrías definir con tus propias palabras el significado de pendiente?

Para calcular la pendiente tiene una fórmula es $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ y debe ser final de un resultado.

¿Consideras que pendiente es lo mismo que ángulo de inclinación? NO. ¿Por qué?

La pendiente de da en números y el ángulo de la inclinación es de grados y minutos y segundos.

Fuente: Pérez-Gutiérrez (2022).

Para el cierre de la interacción con la actividad, se les pidió a los estudiantes que describieran lo que observaban de las dos imágenes que aludían a dos momentos distintos del crecimiento de la planta de maíz. La respuesta con mayor frecuencia fue que correspondía al día de siembra o los primeros días en que fue sembrada la planta de maíz; y la respuesta más popular para una recta con una mayor pendiente fue que correspondía a la última etapa de crecimiento de la planta (ver figura 9 parte encerrada en círculo rojo). En esta etapa se logró que emergiera la relación de velocidad de crecimiento como la pendiente que se forma en el crecimiento de las plantas de maíz (ver argumentos en la figura 9).

Así mismo, se logró ver emerger en uno de los estudiantes su propia definición de pendiente para él la pendiente es igual al aumento de la altura de la planta de maíz (ver figura 10).

Figura 10. Definición de pendiente por uno de los estudiantes chol.

Describe lo que observas de la figura 6
de el llega a la primera luna llena la planta
ya tiene medio metro de altura

Describe lo que observas de la figura 7
de una la segunda luna llena la planta ya tiene
un metro de altura

¿Qué significa en el crecimiento de la planta sea como la siguiente?
 Primeros días en
 la siembra

Figura 8

¿Qué significa en el crecimiento de la planta que la forma sea como la siguiente?
 lleva días y ya están
 empujando a crecer

Figura 9

Si se comparan dos tiempos distintos de crecimiento de la planta como en la figura 6 y 7. ¿
 significa en el crecimiento de la planta que las formas sean como la siguiente?

Figura 10

Figura 11

Pues que las plantaron en meses
 diferentes

En base a lo trabajado en esta actividad de aprendizaje, ¿Podrías definir con tus propias palabras el significado de pendiente?
La pendiente es como va aumentando su altura

¿Consideras que pendiente es lo mismo que ángulo de inclinación? no ¿Por
 qué? por que uno aumenta y el otro no

Fuente: Pérez-Gutiérrez (2022).

Análisis a posteriori Actividad 3

Conocimiento Matemático: ¿Por qué el crecimiento de la recta cambia en la forma en que lo hace?

Transmisión del saber: Un estudiante relaciona la pendiente de la recta con la velocidad de crecimiento al ver la comparación de dos rectas a distinta pendiente. Señaló que mientras en una línea recta existía un crecimiento lento, en la otra existía un crecimiento rápido y eso se debía a que la tierra era abundante. La mayoría de los estudiantes atribuyeron la diferencia de pendientes a que las plantas habían sido sembradas en tiempos distintos y por ende tenían distinto crecimiento. Finalmente, cuando se les cuestionó sobre una definición de pendiente, la mayoría de los estudiantes respondió con la fórmula que ven en los libros que sugiere el plan de estudios del COBACH. Además, un estudiante respondió que la pendiente es la forma en cómo va aumentando su altura.

Reflexiones finales

Derivado del análisis de los libros, y como parte del discurso matemático escolar (Soto y Cantoral, 2014), el contenido revisado y el modo de abordaje del objeto matemático denominado la recta y su pendiente, se caracteriza por la atomización en los conceptos: es decir, que no se consideran los contextos sociales y culturales que permiten la constitución del conocimiento. Así como el carácter hegemónico: ya que existe una supremacía de argumentaciones, significados y procedimientos en los libros, casi todos los libros abordan los mismos argumentos, dan definiciones de conceptos, y problemas resueltos para que el estudiante aprenda solo mediante la observación de esos ejercicios y no le permite al estudiante pensar y trasladar ese conocimiento a su vida diaria.

Esto implica que los libros de texto no toman en cuenta contextos sociales y culturales en relación con la pendiente y abordan a la pendiente meramente como un número que pertenece a la ecuación de la recta, lo cual no permite ampliar la constitución del conocimiento matemático. El tipo de actividades de aprendizaje puede ayudar a los profesores, que trabajan en comunidades rurales o pertenecientes a algún pueblo indígena, a que sus estudiantes comprendan los tópicos matemáticos que están contenidos en los planes y programas de estudio debido al acercamiento que tienen a sus contextos socioculturales y crearles una necesidad real.

Esta propuesta permitió que los estudiantes ch'ol del nivel medio superior se desarrollaran en su mismo entorno cultural al abordar el objeto matemático pendiente, lo cual lo hizo interesante, en contraste con el manejo en los libros de texto que sugiere el plan de estudios. Los estudiantes del COBACH identificaron el cambio en las alturas de una planta de maíz dado un patrón de crecimiento previo, así como las cuantificaciones o patrones de cambio en el crecimiento de la planta de maíz dada una medida del cambio. Finalmente, un estudiante asoció la pendiente con la velocidad de crecimiento de la planta de maíz después de interactuar por todas las partes de la actividad de aprendizaje.

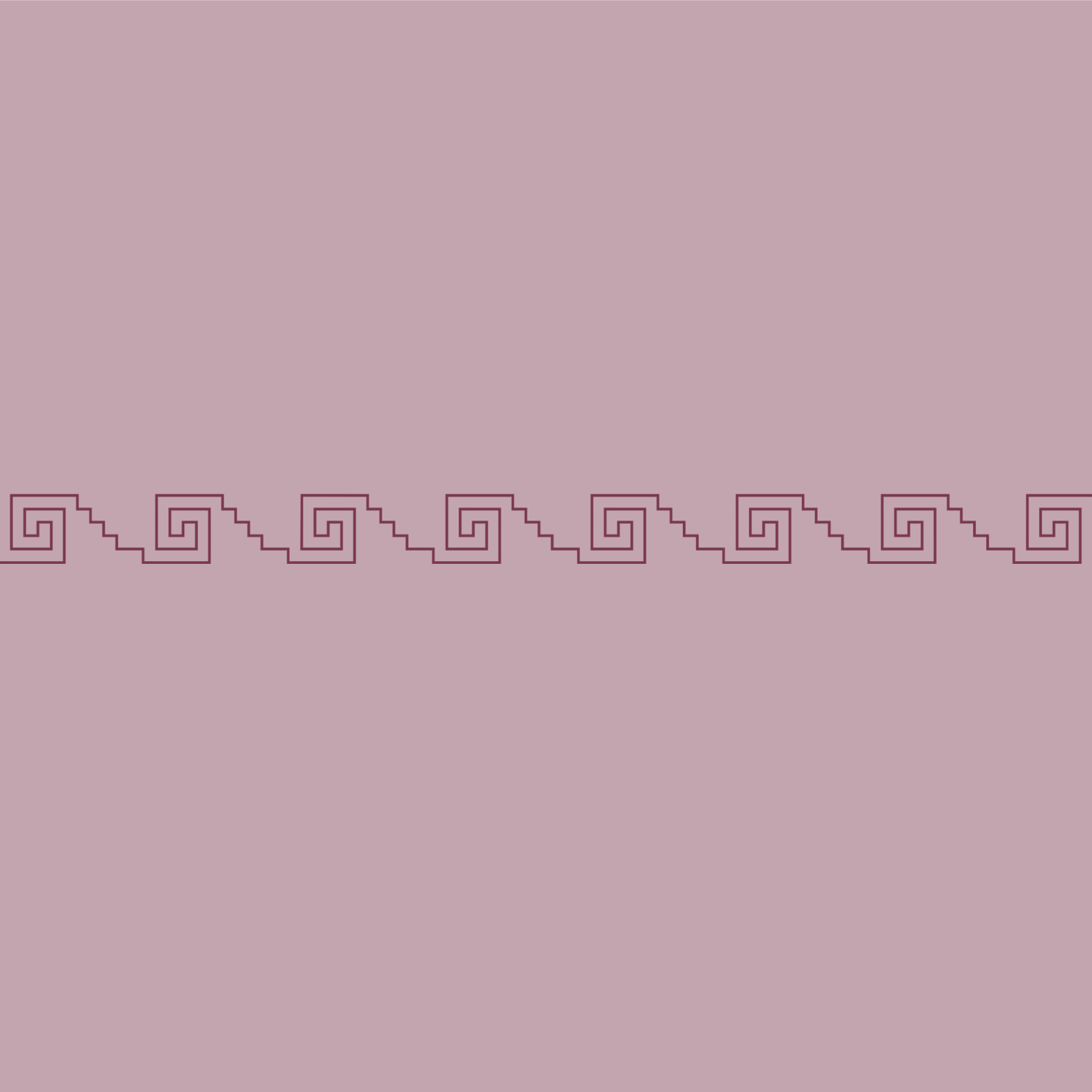
Con respecto a los aspectos socioculturales, estos emergieron durante toda la actividad de aprendizaje y en todos los estudiantes. Esto se concluye al revisar los comentarios hechos en torno a la siembra, época de siembra, tamaño de la planta, tipo de suelo y temperatura del medio ambiente.

La propuesta de diseñar una actividad de aprendizaje dirigida a estudiantes de bachillerato pertenecientes a la comunidad ch'ol fue una aproximación al estudio de la relación entre la pendiente y la velocidad de crecimiento

positiva ya que los estudiantes aportaron con el conocimiento empírico y de tradicional de su comunidad en contraste a la forma pasiva de ser receptores de una definición que se le proporciona del libro de texto.

Se espera que esta propuesta pueda servir como una herramienta que brinde al profesor un panorama más extenso de producir sus estrategias y adaptarlas a las situaciones a las que se encuentra dentro de su comunidad y así presentar su objeto matemático más atractivo al estudiante y provocar un mayor interés en ellas.

Entre las fortalezas que ofreció este trabajo de investigación se encuentra evidenciar que no hay un puente entre la parte tradicional y de costumbres de la comunidad con la parte hegemónica de los contenidos que existen en los libros utilizados para este subsistema educativo del estado de Chiapas. Por ende, una mirada a largo plazo y más actividades de aprendizaje como la trabajada en esta investigación permitirían una propuesta de incorporación de aspectos socioculturales en los materiales con los que trabajan los estudiantes indígenas en el subsistema COBACH.



CAPÍTULO 8.

LA GAMIFICACIÓN EN EL APRENDIZAJE DE LOS NÚMEROS NATURALES EN UNA ESTUDIANTE CON SÍNDROME DE DOWN

Cecilia Guadarrama Díaz
Universidad Autónoma de Chiapas

Resumen

Se presenta una propuesta de intervención en una estudiante con síndrome de Down que cursa el nivel medio superior mexicano. La propuesta tuvo como propósito que la estudiante reconociera los números naturales y

su significado. La metodología fue la implementación de una secuenciación de elementos propuestas por Aranda que permite estructurar una actividad como gamificada. Se diseñaron dos actividades gamificadas y se implementaron con la estudiante después de una fase de diagnóstico. Los resultados de la intervención señalan que es importante una fase previa de diagnóstico para identificar los intereses de la persona con esta capacidad e incorporar parte de ellas en las actividades posteriores. Los hallazgos presentados se constituyen en una oportunidad de presentar cómo una estudiante con SD puede transitar entre dos estados cognitivos: un estado donde adquirió conocimientos y tuvo un papel más dinámico, sin alcanzar el control sobre el proceso de aprendizaje hacia otro donde conoció sus propios procesos cognitivos y llegó a tener el control del aprendizaje.

Palabras clave: Gamificación, números naturales, síndrome de Down.

Introducción

En este capítulo planteo el proceso de aprendizaje de los números naturales en una alumna con síndrome de Down (SD), la cual por edad está en el nivel medio superior, pero su nivel de conocimientos educativos no corresponde a dicho nivel. Dentro del contexto, donde la colaboradora se desenvuelve, es común encontrarse con preguntas o comentarios cuando se trata de aceptar a un estudiante con SD en una escuela regular: “asistió a clases, es suficiente”, “ese no es mi trabajo, es de la psicóloga”, “ya tiene 15 debe ir a la prepa”, “le pondré 6, con eso pasa”. Esto hace que el derecho a la educación sea cuestionado y el hecho de que una persona tenga alguna capacidad diferente no significa que se le debe limitar el acceso a este servicio.

Es importante reconocer a la inclusión en el ambiente educativo y saber realmente a que se refiere este concepto, ¿Es aceptar al individuo? ¿Tenerlo físicamente es suficiente? ¿Obligar a que se adapte a nuestra forma de enseñanza es necesario? Este tipo de cuestionamientos y preocupaciones son necesarios para empezar a adentrarse a lo que significa realmente incluir a un alumno y ver cuán grande es la vocación por la enseñanza por parte de los docentes.

Propongo al constructivismo como referente teórico y una unidad de análisis teórica que retoma la propuesta de Díaz-Barriga y Hernández (2002, citados en Tünnermann, 2011) para dar cuenta del proceso de aprendizaje en la colaboradora de los números naturales. En la metodología opté por tres fases metodológicas; la primera consiste en un diagnóstico de la colaboradora sobre su conocimiento de los números naturales, la segunda es aplicar las actividades gamificadas a la estudiante y, finalmente, un análisis de los resultados.

Cabe señalar que una característica, según Westedt y Carrascosa (2020), de las personas con SD es que tienen dificultades para retener la información y tienen lentitud para procesar y codificar la información; así como para interpretarla, elaborarla y responder a sus requerimientos eligiendo decisiones correctas. Por ello, trabajar con la estudiante con SD en el reconocimiento de los números naturales representó todo un reto.

Constructivismo

Abordo un enfoque constructivista por el proceso de aprendizaje e interacción que se contempla con la participante. Ortiz (2015, p. 94) comenta que, asociar el constructivismo con la educación, es dejar en libertad a los estudiantes

para que aprendan a su propio ritmo; lo cual, muchas veces, de forma implícita sostiene que el profesor no se involucra en el proceso, sólo proporciona los insumos, luego deja que los estudiantes trabajen con el material propuesto y lleguen a sus conclusiones o lo que, algunos profesores denominan como construir el conocimiento. Esta es una concepción errónea del constructivismo puesto que este enfoque, lo que plantea en realidad es que existe una interacción entre el profesor y los estudiantes; es un intercambio dialéctico entre los conocimientos del profesor y los del estudiante, de tal forma que se pueda llegar a una síntesis productiva para ambos y, en consecuencia, que los contenidos son revisados para lograr un aprendizaje significativo.

Con respecto a lo mencionado, el dar libertad al estudiante para que construya un saber puede ser una estrategia que garantice que ese conocimiento sea duradero. Esto no implica que el profesor no forme parte del proceso, es importante que este se encuentre al tanto para, si es necesario, apoyar y reolver las dudas que se generarán. Al interior del constructivismo se puede reconocer el proceso mental, el cual toma en cuenta la memorización, el aprendizaje, y otros aspectos que forman parte del estudiante. Todo esto se resume, en una palabra: cognición.

Papilia *et al.* (2007, citado en Ortiz, 2015) mencionan el aprendizaje se realiza gracias a la interacción de dos procesos o etapas “asimilación” y “acomodación”; el primer proceso trata sobre el contacto que tiene el niño con su entorno, dentro del cual resaltan ciertas características que el niño identificará y las hará parte de su aprendizaje. El segundo se refiere a lo que sucede con los aspectos o características adquiridas, todo eso formará parte de la cognición del niño y crearán nuevos pensamientos, ideas y percepciones que serán de ayuda para su adaptación, cuando esto sucede aparece

un nuevo proceso o etapa “equilibrio”, una puesta en escena de todo lo que el niño ha obtenido para mejorar su desempeño en el contexto que le rodea.

Por otra parte, la teoría de Vygotsky menciona que el aprendizaje se da a través del medio en el que se desenvuelve el sujeto; su saber, ideas, comportamiento están enlazados con el ambiente social y familiar en el que se mueve. Ortiz (2015, p.26) asegura que “desde el punto de vista constructivista, se puede pensar que el aprendizaje se trata de un proceso de desarrollo de habilidades cognitivas y afectivas”. En este proceso se refleja la asimilación de la información y cómo el sujeto la acomoda de acuerdo con sus percepciones.

En esta investigación el enfoque teórico constructivista se fundamenta con dos vertientes: el aprendizaje como adquisición de conocimientos donde el aprendiz tiene un papel más activo, pero no llega a tener el control sobre el aprendizaje. En contraste con otro, que conduce a un estudiante activo, autónomo, autorregulado, donde el estudiante conoce sus propios procesos cognitivos y llega a tener en sus manos el control del aprendizaje (Serrano y Pons, 2011).

Los comportamientos de la colaboradora con SD, intereses y la forma en que percibe a los números se consideran como los aspectos que se deben observar y analizar para evidenciar si ella sí se ha apropiado del significado de número natural (tabla 1) y de esta manera dar una evidencia del conocimiento, en este caso, de los números naturales.

Tabla 1. Adaptación de criterios constructivistas para el aprendizaje de los números naturales.

Criterio usado	Actividad u observación
El punto de partida de todo aprendizaje son los conocimientos y experiencias previos que tiene el aprendiz.	Diagnóstico de la colaboradora
El aprendizaje se produce cuando entra en conflicto lo que el estudiante ya sabe con lo que debería saber.	Contraste entre el significado de los números naturales en la colaboradora.
El aprendizaje tiene un importante componente afectivo, por lo que juegan un papel crucial los siguientes factores: el autoconocimiento, el establecimiento de motivos y metas personales, la disposición por aprender, las atribuciones sobre el éxito y el fracaso, las expectativas y representaciones mutuas.	La forma en la colaboradora participa en el esquema gamificado.

Fuente: Díaz-Barriga y Hernández (2002 citados en Tünnermann, 2011)

La gamificación

La gamificación es un método de aprendizaje el cual combina el diseño o las características de un juego con metas educativas; hace uso de los principios y elementos de los juegos para motivar el aprendizaje. Esto quiere decir que no se trata de utilizar juegos en sí mismos, sino tomar algunos de sus principios o mecánicas tales como los puntos o incentivos, la narrativa, la retroalimentación inmediata, el reconocimiento, la libertad de equivocarse, etc., para enriquecer la experiencia de aprendizaje (Deterding *et al.*, 2011;

Kim, 2015 citados en Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey (ITESM), 2016). La gamificación permite que el estudiante aprenda de una manera interactiva y divertida; al ser un juego, capta la atención y concentración permitiendo que el aprendizaje sea más significativo.

Como todo juego dentro de la gamificación, debe permanecer la motivación la cual dependerá del profesor el cómo manejarla o de cómo generar un escenario de competitividad. Lo interesante de este método es que no existen límites en cuanto a los temas de implementación, ni en los medios o herramientas a emplear.

En esta investigación se utilizaron las reglas de los juegos clásicos de mesa (lotería, memorama) en la materia de matemáticas con respecto al reconocimiento de los números. En este trabajo de investigación usé a la gamificación como una estrategia para la enseñanza de los números para que, una estudiante con SD reconozca los números; actualmente se encuentra cursando el nivel medio superior del sistema educativo chiapaneco. Para ello, se implementaron dos actividades gamificadas con la estudiante estableciéndose un antecedente de diagnóstico con la estudiante. Las actividades gamificadas estuvieron pensadas para intervenir, en un primer momento, en el reconocimiento de los números y, en un segundo momento, como seguimiento con reglas del juego UNO para un ambiente escolar.

Ante el panorama de enseñar los números naturales a la estudiante con SD, y pensando en la construcción de actividades que puedan ser implementadas para la enseñanza de contenidos matemáticos a estudiantes con SD, Aranda (2019) nos presenta un lienzo que nos guía en el proceso de gamificar, el cual consiste en los siguientes 10 ítems (ver tabla 2).

Tabla 2. Lienzo para diseñar un aula gamificada.

1 Objetivo Describir el o los objetivos principales que se busca como resultado de la estrategia	2 Comportamientos esperados Describir los comportamientos y acciones que se esperan del alumno y aquellos que esperamos mejorar en ellos	3 Mecánicas • Retos • Suerte • Competencia • Cooperación • Retroalimentación • Adquisición de recursos • Recompensas • Transacciones • Turnos • Condiciones de ganar	4 Narrativa y estética Elementos que darán identidad visual y estética a tu estrategia iconografía, colores, avatares
5 Perfil de los jugadores ¿Quiénes son nuestros jugadores? ¿Cómo son? ¿Qué intereses tienen? ¿Qué les gusta? ¿Qué no les gusta? ¿Qué quieren o esperan de la clase?	6 Dinámicas Describir las reglas del juego. Aquí se incluyen • Restricciones • Emociones • Narrativa • Progreso • Relaciones	7 Componentes Lista de elementos que usaremos • Logros • Avatares • Badages • Regalos • Niveles • Puntos • Combates • Colecciones • Peleas con jefes • Desbloquear contenidos • Tablas de líderes • Misiones • Grafos sociales • Equipos • Bienes virtuales	8 Monitoreo y seguimiento Describir la forma en que se dará seguimiento. Plataformas o gestores de Gamificación que apoyarán. Cómo monitorearé la participación de los alumnos. Cómo los alumnos estarán al tanto de su progreso.
9 Recursos y plataformas Describe los recursos o plataformas con las que implementarás las mecánicas.		10 Riesgos potenciales ¿Qué riesgos podríamos tener durante la implementación? Incidentes negativos (de comportamiento, actitud y resultado)	

Fuente: Aranda (2019, pp. 61-62).

Se retoma la metodología para diseñar un aula gamificada donde se propusieron actividades lúdicas para trabajar con la estudiante y favorecer el reconocimiento de los números (ver tabla 3):

Tabla 3. Actividades gamificadas para trabajar con la estudiante con SD

	UNO-Memorama	Lotería
1. Objetivo	Reconozca los números	Seguimiento en el reconocimiento de números
2.Comportamientos esperados	Capacidad de retención de información baja. Confusión con nombres de los números. Confusión por colores de las cartas. Falta de comprensión de instrucciones verbales.	Reconocimiento de los números. Capacidad de retención de información baja. Confusión con los números.
3. Mecánicas	Quien tenga el mayor número de cartas gana. Se utiliza las cartas UNO	Quien llene su carta de lotería es el ganador. El tablero es una hoja con nueve divisiones, en cada recuadro se plasma (sin repetir) un número, la propia estudiante creó su carta. Las cartas son las del juego UNO.
4. Narrativa y estética	Las cartas del juego UNO son de colores, ayudan a que la estudiante no limite el número a un solo color. Buscar el número que haya encontrado en la primera carta y no solo la carta del mismo color.	La carta es personalizada, lo cual es de ayuda, ya que de esta forma al tener variedad de colores se estaría reafirmando el aprendizaje de la forma del número y su nombre
5. Perfil de jugadores	Personalizado, en nuestro caso le gustaba ganarle a alguien mayor.	Apto para cualquier persona.
6. Dinámicas	Se barajan las cartas, se ponen en una mesa con los números mirando hacia abajo. Cada que una carta es tomada debe decir el nombre del número, si ambos son el mismo se toman, si son diferentes se devuelven. Una facilidad es que el jugador puede cambiar de lugar las cartas que haya adquirido y no sean iguales al momento de devolverlas. El juego finaliza cuando se terminan las cartas en la mesa. El que tenga más cartas gana.	Los jugadores se turnan para mostrar y decir los números que aparecen en las cartas UNO. Se barajan las cartas. El jugador en turno muestra una por una las cartas, mientras dice el nombre del número que se muestra. Los otros jugadores pendientes por si se menciona un número y está en su tablero, deben marcar la casilla correspondiente. La finalidad es llenar el tablero. Si llena el tablero se debe gritar "¡Lotería!" siendo el ganador.
7. Componentes	Conforme sea prudente se agregan más cartas del mismo número, pero de diferentes colores. Por ejemplo, en el primer nivel todos los números 3 son de color azul, para el siguiente nivel son de color azul y rojo y así sucesivamente.	Para seguir jugando existen opciones: Cambiar de tableros, creando nuevos o realizar un intercambio. Aumentar el número de tableros a utilizar, por ejemplo, dos por jugador.

8. Monitoreo y seguimiento	El monitoreo se realiza mediante observación y la revisión constante de las actuaciones (García, 2009; Paideia, 2018; Ruiz, 2022). El seguimiento se realiza con la actividad de la lotería.	El monitoreo se realiza mediante observación y la revisión constante de las actuaciones en la interacción con el juego gamificado. Y se realiza el seguimiento al confirmar el reconocimiento del mismo número en la actividad del memorama.
9. Recursos y plataformas	Actividad de manera presencial y tangible. Se utilizan las cartas UNO y las reglas del memorama.	Actividad de manera presencial. Se utilizan los tableros personalizados, cartas UNO, los marcadores de las casillas.
10. Riesgos potenciales	Que la estudiante no comprenda la dinámica y consecuentemente no identificará los números.	Que la estudiante no comprenda la dinámica y no identifique los números.

Fuente: Guadarrama (2022).

La gamificación puede captar la atención del estudiante y al combinarse con las actividades didácticas debe promover la motivación necesaria para que el estudiante participe, compita y desarrolle cierta curiosidad para seguir aprendiendo; la motivación es base para que los estudiantes puedan desenvolverse en el aula de clases. Esto, unido a la gamificación como estrategia de enseñanza, se convierte en una de las herramientas más adecuadas para el desarrollo de materiales que ayuden a la aprehensión de información y crear un ambiente ameno para el aprendizaje matemático.

Metodología

Después de diseñar estas dos actividades, la planteé a la estudiante con SD, no sin antes incluir una fase de diagnóstico previa a las actividades gamificadas (ver figura 1).

Figura 1. Fases de intervención.



Fuente: Elaboración propia.

La colaboradora

El caso que se analizó es el de una estudiante de 15 años, originaria del municipio de Bochil en el estado de Chiapas, México, que en el momento de la temporalidad de esta investigación cursaba el segundo semestre en la Escuela Preparatoria Rafael Pascacio Gamboa. La estudiante es la primera con SD que ingresa a la institución; vive con sus padres, sin embargo, la persona que se comunicó con la institución para su ingreso fue su abuelo.

Para establecer un ambiente en el cual ella tuviera la confianza de desenvolverse y saber qué tanto sabía, se presentó una evaluación de diagnóstico, la cual se llevó a cabo en presencia de su abuelo. En dicha plática se fomenta el interés de la joven por la escuela, la danza y por una materia en específico, las matemáticas, lo cual coincide con lo manifestado por Rodríguez & Olmo (2010) quienes señalan que:

El primer consejo básico es realizar una correcta evaluación psicopedagógica de estos niños, para tener claro cuáles son sus necesidades educativas especiales, cuáles son sus puntos fuertes y débiles (también los de su contexto familiar) y cuál es su estilo y ritmo de aprendizaje, porque los niños Down aprenden bien si se les enseñan cosas que ellos puedan integrar en función de cómo aprenden (p. 322).

Después de observar su comportamiento y escuchar sus comentarios, pude notar que la joven ha recibido mucha atención y afecto de su familia, especialmente de su abuelo, quien ha mostrado un gran interés en que su nieta aprenda una variedad de habilidades culturales, incluyendo baile folklórico, artes plásticas e incluso guitarra. Parece que ha tenido acceso a profesores que han ayudado a desarrollar estas habilidades. Dado que ha completado la educación secundaria y expresó interés en las matemáticas, se asumió que tiene cierto conocimiento en la materia, lo que aumentó las expectativas sobre su desempeño en la resolución de actividades.

Análisis

Siguiendo las etapas metodológicas indicadas en la figura 1, realicé un análisis de los resultados tomando como criterios los puntos enunciados en la tabla 1.

Diagnóstico de la colaboradora

Al comenzar a trabajar con la colaboradora hice un diagnóstico partiendo de la pregunta: para ti, ¿qué son las matemáticas? Su respuesta fue inesperada e hizo que se reconsiderara los temas y las actividades a realizar; dicha respuesta fue “me gusta leer, bailar, la prepa”. Enseguida se optó a preguntarle directamente conceptos de suma y de multiplicación (se coloca Au para los autores y Co para la estudiante con SD):

Au: *¿Sabes que es la suma?*

Co: *Sí*

Au: *¿Sabes sumar?*

Co: *Sí*

Au: *¿Cuánto es $2+1$?*

Co: *26*

Au: *¿Cuánto es $1+1$?*

Co: *"2"*

Au: *¿Cuánto es 1×1 ?*

Co: *"96"*

Con la expectativa de que ella tuviera noción de la forma de los números, le mostré los números del 1 al 10, de los cuales el que reconoció de inmediato y sin dificultad fue el número uno. Otro aspecto relevante es que, pudo recitar los números en orden; sin embargo, no los reconoció y tampoco los escribió, lo que coincide con lo expresado por Gelman y Cohen (1988, citados en Noda *et al.*, 2007) ya que los niños con SD aplican procedimientos aprendidos de memoria.

Al darme cuenta de que la colaboradora no tenía un buen reconocimiento de los números, intenté una técnica de aprendizaje tradicional que consistía en usar planas para ayudar a visualizar la forma del número y así mejorar su capacidad de escritura y memoria. La plana incluía la forma del número junto con su nombre y esta actividad se llevó a cabo durante dos semanas, con

una duración de una hora por sesión y tres veces por semana. Sin embargo, la joven mostró poco interés en la actividad y se distraía fácilmente, hablando sobre eventos de su vida diaria. Aunque se le pedía que continuara, su interés disminuía cada vez más.

En este ejercicio se manifestó una de las características de los niños con SD. Ellos presentan problemas para mantener la atención, en especial cuando algo es poco atractivo, uno de los gestos que hacía cuando ya no quería seguir con el ejercicio era el de jugar con su cabello (ver figura 2).

Figura 2. Identificación del gesto cuando tiene desinterés en la actividad.



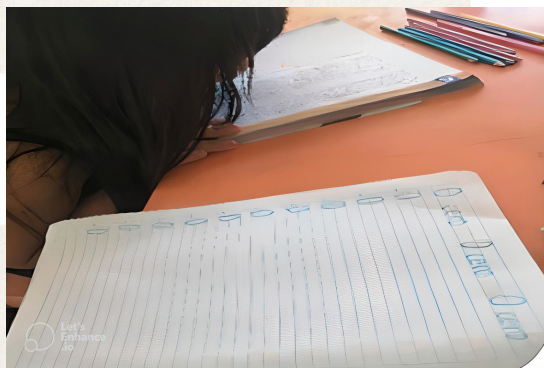
Fuente: Imagen tomada por la autora, Bochil, Chiapas, 2022.

Al finalizar cada plana se le preguntaba cómo era el número y que lo escribiera sin ver el ejercicio realizado. Como era información recién adquirida las respuestas fueron satisfactorias; sin embargo, al terminar la semana y realizar nuevamente esta solicitud no hubo respuesta alguna, por lo tanto, el ejercicio no fue adecuado.

La joven no sabe leer, lo cual puede ser la razón por la cual no pudo responder satisfactoriamente en la actividad anterior debido a que la información era reciente y ella practicaba la memorización justo antes de escribir las respuestas, seguida de la pronunciación de la palabra.

Para abordar el interés de la joven por las artes plásticas, decidí modificar la actividad de diagnóstico de las planas. Se le permitió elegir un color para cada número y realizar las planas con ese color (figura 3). En comparación con la actividad anterior, en la que usaba un lápiz, la colaboradora demostró más interés debido a la presencia de colores, los cuales le gustaron. Después de una semana, los números que pudo recordar fueron el 1, 2, 5 y 8.

Figura 3. Representación gráfica del número cero, en color azul.

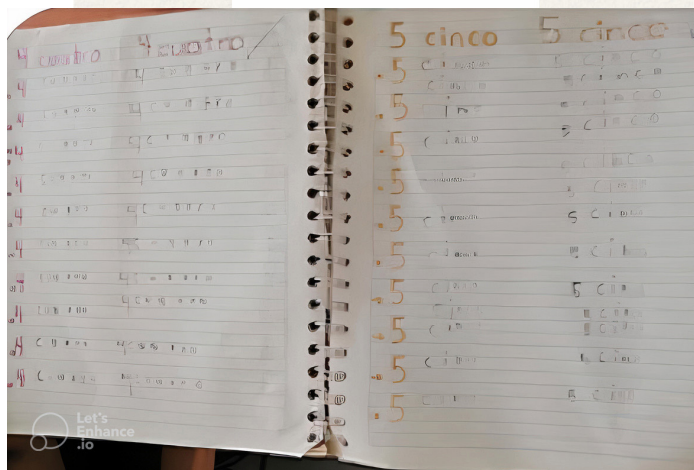


Fuente: Imagen tomada por la autora, Bochil, Chiapas, 2022.

Cuestioné el por qué esos números y cómo es que los recordaba. Para los números uno y dos no hubo respuesta; con el cinco y el ocho, fueron escritos con color naranja y rojo, los colores favoritos de la colaboradora, aunque

también se usaron otros colores para representar a los mismos números (ver Figura 4). Al final de la segunda semana de diagnóstico, sólo reconoció la forma y no su escritura.

Figura 4. Tabla del número cuatro y cinco.



Fuente: Imagen tomada por la autora, Bochil, Chiapas, 2022.

Mostró dificultad con actividades que implican escritura, mientras fuera colorido ella podría realizar las tareas, sin embargo, en comparación de la primera actividad no se nota un avance notorio. Por otro lado, al mostrar interés por los colores, surge la idea de buscar una herramienta o actividad en donde la colaboradora interactúe con los colores y al mismo tiempo con los números.

Resumiendo, para trabajar con niños que tienen síndrome de Down, es necesario encontrar formas creativas y divertidas de llevar a cabo las actividades.

A veces, estas pueden surgir de manera espontánea y no tienen que ser siempre las mismas actividades que se han utilizado en el pasado, como las planas, la recitación en voz alta, la memorización o el uso de libros. Se realizó todo este trabajo de diagnóstico ya que cada estudiante con SD es diferente coincidiendo con lo expuesto por García (2018, p. 217) quien nos dice “cada niño y niña con síndrome de Down es diferente. Por tanto, el punto de partida será el estudio y análisis de las habilidades que posee el alumnado”.

Reconocimiento de los números naturales (Uno-Memorama)

El uso de las cartas UNO como herramienta gamificada surgió como idea en medio de una reunión, al estar en la dinámica del juego y pensando en una manera de enseñarle. Resaltan algunos aspectos: debe prestar atención al número que el jugador anterior saque; en el momento del turno se debe tirar una tarjeta del mismo color o número que el jugador anterior haya tirado y, las cartas son en orden aleatorio.

Para determinar un monitoreo y seguimiento, el aprendizaje se produce cuando entra en conflicto lo que el estudiante ya sabe con lo que debería saber. Se vio a la colaboradora jugar con las cartas y al momento de su turno decir el nombre del número que ella observa; sin embargo, enseñarle todas las reglas y el uso de otras cartas que no son números podría ser complicado; por lo tanto, se tenía que buscar otra manera de utilizar las cartas, algo más sencillo pero entretenido.

A partir de este suceso, surgió la idea de utilizar las cartas del juego uno para crear un juego de memoria, eligiendo sólo las cartas con números del uno al nueve y colocándolas boca abajo. El objetivo era encontrar pares de

cartas que fueran iguales en número y color. Este nuevo juego tenía previsto durar dos semanas, basándose en la experiencia anterior, pero se obtuvieron resultados positivos mucho antes de lo esperado. De hecho, solo tomó una semana, con sesiones de dos horas durante tres días.

Los niños con SD a menudo tienen dificultades para aplicar lo que han aprendido en nuevas situaciones. Este problema se evidenció en un ejemplo específico: la joven asociaba el número cinco con el color naranja debido a los colores utilizados en actividades anteriores, pero al encontrarse con tarjetas UNO que no incluían el color naranja, se confundió al identificar el número en diferentes colores. Aunque sabía que el número formaba parte de su aprendizaje, su capacidad de reconocimiento estaba limitada a un solo color. Al utilizar las reglas del memorama y diferentes colores para cada número, se espera que la colaboradora pueda generalizar su conocimiento y reconocer los números en una variedad de situaciones.

Durante tres sesiones de hora y media, se trabajó en la actividad UNO-memorama tras explicar las reglas del juego mediante una demostración. A pesar de que la joven tenía ciertas dificultades para entender lo que se esperaba de ella en el contexto educativo, se logró explicar mediante acciones o de manera más simplificada. Se hizo énfasis en la regla de que el par debía ser del mismo número y color. Después de unos cuantos intentos, se familiariza al ver un número en diferentes fondos de colores, cada que volteaba una tarjeta se le mencionaba el nombre del número (ver figura 5).

Figura 5. Cartas del juego Uno.



Fuente: Imagen tomada por la autora, Bochil, Chiapas, 2022.

Se le dijo que jugaría con su maestra, se incorporó la regla de quien obtuviera mayor número de cartas era la ganadora mencionando el nombre del número que apareciera (figura 6).

Figura 6. Interacción con la colaboradora.



Fuente: Elaboración propia en investigación de campo, Bochil, Chiapas, 2022.

En cuanto a la forma en que la colaboradora participa en el esquema gamificado ella reaccionó mejor cuando hubo una competencia. El rendimiento fue más activo al mostrar una gran habilidad de memorización con respecto a donde se ubicaban las cartas; no existía un premio de por medio. Sin embargo, el simple hecho de ganar fue más que suficiente para que se mostrara interesada en el juego y su participación fue con seguridad, no tenía dudas al mencionar el nombre del número que indicaba la carta que seleccionaba (ver figura 7).

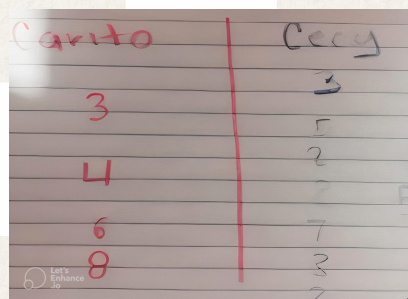
Figura 7. Reconocimiento del mismo número y del mismo color.



Fuente: Elaboración propia en investigación de campo, Bochil, Chiapas, 2022.

Al finalizar cada ronda ella se encargaba de contar las cartas que adquirió (ver figura 8) y las que la autora de este escrito tenía en ese momento. Ambas columnas de números fueron escritas por ella. Solamente se le apoyó con escribirle su nombre y el mío ya que ella no sabe escribir. Se observó por parte de ella un contraste entre los números que ya identificaba con los que estaba en proceso de hacerlo.

Figura 8. Conteo de cartas.



Fuente: Imagen tomada por la autora, Bochil, Chiapas, 2022.

Serrano y Pons (2011) dicen que el aprendizaje se puede ver como adquisición de conocimientos donde el aprendiz tiene un papel más activo, pero no llega a tener el control sobre el proceso de aprendizaje. Podemos decir que a la luz de los resultados en esta actividad la joven se encuentra en ese estatus.

Reforzamiento en el reconocimiento de los números (Lotería)

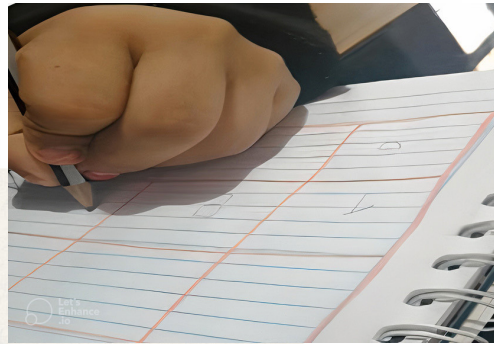
Con el antecedente de resultados satisfactorios con la forma de los números y sus nombres con el juego UNO-memorama, incorporé una actividad de juego adicional llamada “lotería” para evaluar si el desempeño de la colaboradora se vería afectado por un cambio de juego y reglas. Esta actividad se llevó a cabo durante una semana, con tres sesiones de dos horas cada una.

La lotería se realizó utilizando una libreta en la que se dibujaron los números en forma de tarjetas de lotería, utilizando diferentes colores que no necesariamente coincidían con los colores de las cartas anteriores. Esta variación en los colores utilizados fue beneficiosa para observar si la colaboradora estaba limitando su asociación de los números a los colores específicos (azul, amarillo, rojo y verde).

Para determinar un monitoreo y seguimiento con la lotería, el aprendizaje se produce cuando entra en conflicto lo que el estudiante ya sabe con lo que debería saber.

La joven creó su propia carta de lotería, acomodó los números que consideraba en el orden que deseaba; cada vez que escribía los números mencionaba el nombre correspondiente (ver figura 9).

Figura 9. Cuadrícula para la lotería.



Fuente: Imagen tomada por la autora, Bochil, Chiapas, 2022.

Las reglas fueron las mismas que la lotería: cada que saliera el número se mostraba a la participante y agregaba una tapa a la carta. El primer participante en tener la carta llena grita “lotería” y es el ganador (figura 10).

Figura 10. Juego de lotería con tapas marcadas con números.



Fuente: Imagen tomada por la autora, Bochil, Chiapas, 2022.

Durante las primeras rondas del juego de lotería, la colaboradora escuchaba el nombre del número y observaba la tarjeta para luego buscar en su libreta. No hubo dificultades para reconocer los números. Al día siguiente, los roles se invirtieron y fue la colaboradora quien vio las tarjetas. En este juego, se presentó una confusión interesante entre los números tres y seis, que solo se manifestó en esta actividad.

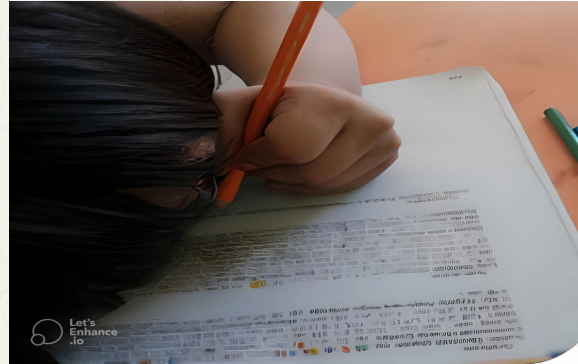
Aunque aún no se había determinado la razón de esta confusión, resultaba más comprensible confundir el seis con el nueve debido a que las tarjetas del UNO-memorama podrían voltearse. Sin embargo, la joven demostraba conocer qué número correspondía a cada tarjeta, ya que en el UNO-memorama las tarjetas tienen una línea en la base para indicar cuál es la correcta. Este detalle no se le había explicado, pero cuando se mostraban los números seis y nueve, ella observaba la línea en la base del número para distinguirlos.

Las cartas de lotería se elaboraron en colores y números comprobando que la competitividad es motivante para la colaboradora. Es digno de mención que en ninguna partida existió algún tipo de incentivo material.

Para finalizar la interacción de la semana, se le entregó un libro en el cual tenía que identificar los números, pero no realizar la lectura del texto. De ella surgió la idea de usar colores para clasificarlos. A cada número ella le asignó un color en específico, los de dos dígitos los dividió, esto quiere decir que, si es un número compuesto, por ejemplo, el 14, la colaboradora señaló en el color asignado para el uno y en el color asignado para el 4 (ver figura 11). Al final mostró su trabajo y mencionó los números que reconoció. En ambas actividades, la de reconocimiento de los números y la de

seguimiento, el número 10 fue el único con el que no tuvo ningún tipo de problema aun cuando está formado por 2 cartas (números), es decir, logró asociar un número a una configuración de dos dígitos.

Figura 11. La colaboradora trabaja la lectura.



Fuente: Elaboración propia en investigación de campo, Bochil, Chiapas, 2022.

Hay un contraste entre los números que ella ya identificaba con los que estaba en proceso de hacerlo ya que a los que sabía que tenían el mismo símbolo los colocó con el mismo color a lo largo del texto.

Cabe señalar que solo se logró trabajar estas dos actividades gamificadas dado que la colaboradora no terminó el semestre, razón por la cual ya no se pudo tener comunicación con los familiares y con la colaboradora para continuar trabajando más tiempo con otras actividades. Aunque fue medio semestre, se considera que el tiempo para las dos actividades fue el suficiente.

Interpretación y discusión

Las estrategias presentadas en este escrito coadyuvan al trabajo realizado por García (2018) la autora señala que el interactuar con una unidad didáctica basada en cuatro tareas extraídas de experiencias significativas para la estudiante con SD representa una estrategia que favorece el reconocimiento del posicionamiento de los números. Cada una de las tareas desarrolladas por García implica la configuración de número en decenas y unidades y el reforzamiento de esta intencionalidad. Para ello se basa en material lúdico. Sin embargo, para posicionar los números el estudiante con SD debe reconocerlos. Y si el estudiante no puede hacer eso, entonces no podría posicionarse.

Por otro lado, el trabajo de Vieira (2016), tiene el objetivo principal de analizar si estudiantes con SD que han trabajado una secuencia de aprendizaje orientada a la comprensión del valor posicional y la decena de cifras de dos dígitos, muestran evidencias de coordinación de sus conteos de decenas y unidades, utilizando la decena como unidad compuesta numérica o como unidad compuesta abstracta, así como un uso de estrategias en sus razonamientos.

Se coincide en la forma de presentar las dos actividades lúdicas como lo hace Vieira, ya que ella metodológicamente presenta el juego y le explica en qué consiste. Esta explicación es seguida de una jugada realizada por el estudiante con indicaciones del tutor. Una vez comprobado que el juego lo ha entendido se procede a jugar, estudiante-tutor en cuatro juegos («Encontrar 10», «Memori del 10», «Juego de bolos» y «Juego de gotas de agua») y estudiante-estudiante en un juego («Juego de flores»).

El trabajo de Vieira (2016) también configura decenas y unidades como el de García (2018), pero no presenta un diagnóstico de sus tres colaboradores y aplica las mismas actividades a los tres sin tomar en cuenta las diferencias entre ellos. En ambos trabajos no se percibe que los colaboradores con SD realicen propuestas para las actividades como sí lo hace nuestra colaboradora en la actividad de la Lotería y en la lectura final de esta investigación.

Reflexiones finales

Los hallazgos presentados en los resultados representan una oportunidad para contribuir a los estudios realizados en la didáctica de las matemáticas para una estudiante con SD del nivel medio superior mexicano donde se involucre el uso de material tangible. Lo anterior para establecer si él o la estudiante transita o permanece en uno de los dos estados mencionados por Serrano y Pons, o bien, se posiciona en uno de ellos.

A la luz de los resultados obtenidos la joven transitó desde un momento donde adquiere conocimientos. Dicho de otra manera, la aprendiz tiene un papel más activo, pero no tiene el control del proceso de aprendizaje, se conduce como un estudiante activo, autónomo, autorregulado, conoce sus propios procesos cognitivos y llega a tener en sus manos el control del aprendizaje, ya que por su cuenta asignó un color a un número determinado de su elección manteniendo ese color en toda la lectura. Se considera que esa toma de decisiones representa un avance en su cognición del reconocimiento de los números.

El establecer un diagnóstico sobre la forma de aprender de una estudiante con SD y conocer sus intereses permitió incorporarlos a las actividades para tener los resultados favorables en el reconocimiento de los números. Otro aspecto es el tiempo que se trabajó con la colaboradora en la etapa de diagnóstico y en las actividades gamificadas. Esto permitió que la joven tuviera confianza para trabajar de una forma dinámica.

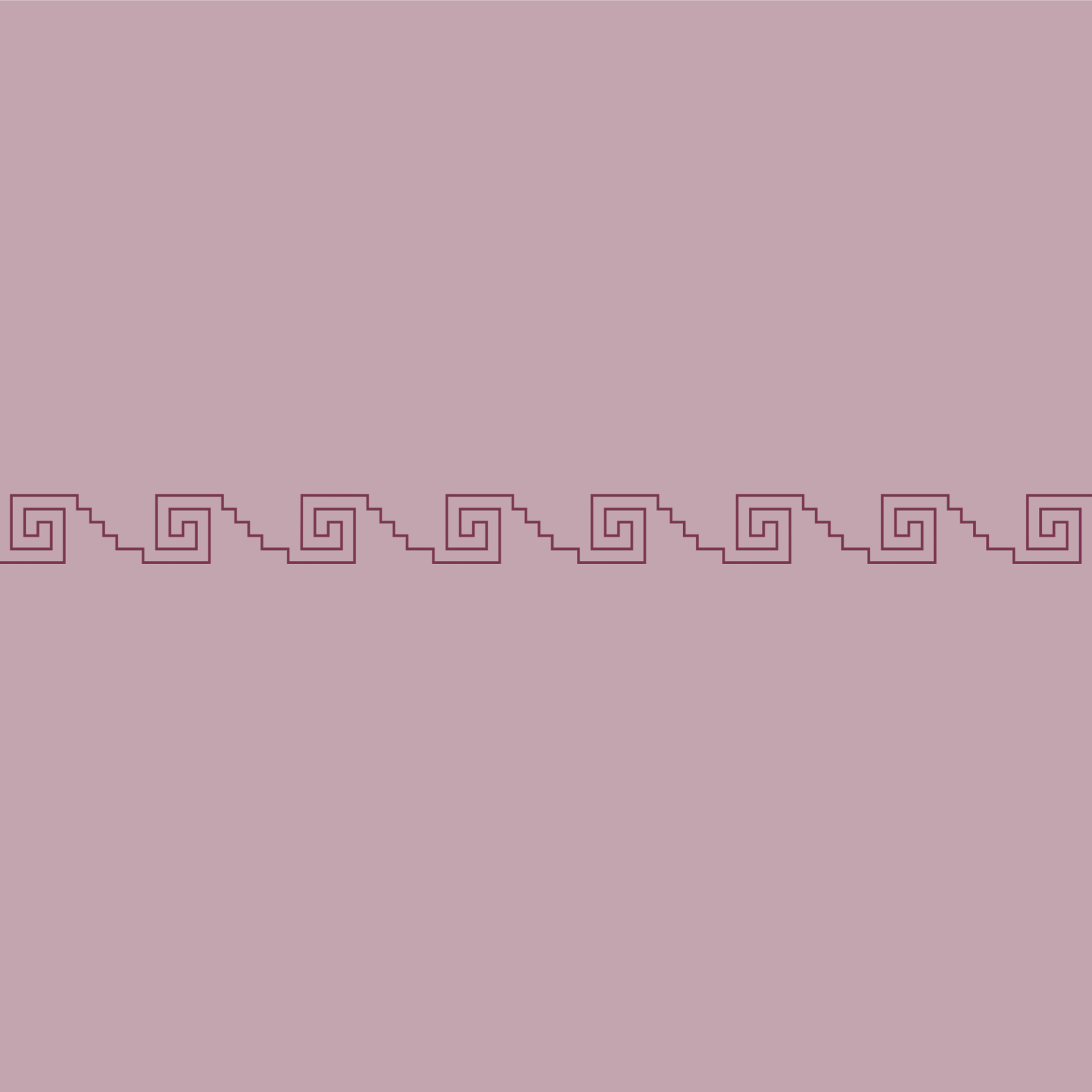
Conocer la forma en que el estudiante de SD aprende y percibe su alrededor es pertinente para establecer una inclusión en el sistema educativo. Se tiene esta propuesta con la intención de que pueda ser un referente para otros profesores en su devenir didáctico.

En el caso de nuestra colaboradora, se sugiere continuar las actividades incorporando un ambiente competitivo. Recrear juegos clásicos es una de las maneras más viables para su comprensión de los temas a enseñar, por su simplicidad de ejecución y fácil comprensión, esto hace que el interés no desaparezca.

Es significativo considerar los gustos y temas de interés de la colaboradora, ya que, tiende a perder fácilmente el gusto por las tareas a realizar. Sin embargo, no se debe subestimar, es importante no quedarse con los primeros esfuerzos y resultados. Al principio se le facilitaba las actividades para ver el interés, más al incrementar el nivel de dificultad permite activar su verdadero potencial. La colaboradora tiene una retentiva fascinante. Se creó un verdadero ambiente de competitividad.

De acuerdo con esta investigación se recomienda utilizar la gamificación para incluir a estudiantes con capacidades diferentes; es la forma más viable para integrar e incrementar la cognición del alumno.

Lo agradable de la gamificación es que no tiene un margen de aplicación; se puede utilizar con todos los estudiantes por igual, sin tomar en cuenta los límites. Observar, reflexionar, convivir y experimentar sería lo básico para realizar actividades que motiven al alumno a ser más activo; se considera que la gamificación es el método más adecuado para incrementar y desarrollar todo el potencial de la colaboradora.



CAPÍTULO 9.

PENSAMIENTO GEOMÉTRICO DE UN NIÑO INVIDENTE. UNA EXPERIENCIA CON TAREAS MATEMÁTICAS DE SEMEJANZA DE POLÍGONOS

Riger Alberto Castillo Estrella
María Guadalupe Ordaz Arjona
María del Pilar Rosado Ocaña
Universidad Autónoma de Yucatán

197

Resumen

Se presentan parte de los resultados de un trabajo de investigación efectuado en una escuela primaria en el estado de Yucatán, México, cuyo objetivo fue identificar el nivel de desarrollo de pensamiento geométrico de un

niño invidente a través de la implementación de una Unidad Didáctica de semejanza de polígonos, que involucra el uso de materiales didácticos concretos. Para ello, propusimos cuatro tareas matemáticas orientadas al desarrollo del concepto *semejanza*. Entre nuestros resultados destacan los procesos cognitivos y de comunicación que favorecen la resolución de tareas matemáticas, así como las características del pensamiento geométrico que identificamos en el estudiante durante la resolución de la unidad didáctica. La investigación evidenció el alcance de un nivel de *pensamiento geométrico* a través de favorecer la movilización de procesos cognitivos mediante la resolución de tareas matemáticas. En el siguiente artículo exponemos los resultados obtenidos de una actividad sobre el desarrollo concepto geométrico de *razón*.

Palabras clave: Discapacidad visual, pensamiento geométrico, procesos cognitivos.

Introducción

La Secretaría de Educación Pública (SEP, 2017) señala en el Modelo Educativo para la Educación Obligatoria (MEEQ) que en la reforma educativa se ha asumido el reto de brindar educación a los estudiantes con discapacidad, conforme al principio de equidad, que significa atender de manera diferenciada a las necesidades de cada estudiante para que logren el mejor desempeño de acuerdo con sus habilidades y capacidades. Sin embargo, pese a ese interés que hay por brindar educación a todos y para todos existen limitaciones educativas, políticas y sociales que no permiten afrontar dicho reto.

Entre algunas de las limitaciones educativas que existen se encuentra que, en muchos casos, la educación en México es tradicionalista y memorística; y

en el caso de Geometría, el mayor peso recae en lo memorístico-visual, lo que hace de su enseñanza un “glosario geométrico ilustrado”, como mencionan García y López (2012); esto lleva a cuestionar sobre la pertinencia de dichos métodos en el aprendizaje de la Geometría en niños invidentes.

Otra limitación educativa es la evidenciada por Ramírez-Cruz y López-Mojica (2018), que desde la matemática educativa (ME) se han interesado por atender los procesos de aprendizaje y enseñanza de tópicos matemáticos en el aula; sin embargo, muchos de los estudios e investigaciones que se han llevado a cabo ha sido en personas sin algún tipo de discapacidad que contribuyan a superar el reto planteado en el MEEO.

Problematización y objetivos de investigación

Con base en el análisis anterior identificamos como problema de investigación que los métodos de enseñanza no favorecen la inclusión de un estudiante invidente al aula de clase, debido al enfoque visual y memorístico que prevalece en los mismos, a pesar de que en el MEEO se plasma todo lo contrario. Por otro lado desde la ME se estudian los procesos de aprendizaje de las matemáticas y se realizan aportaciones con base en dichas investigaciones, tales como, propuestas didácticas y materiales didácticos; sin embargo, son pocas las investigaciones que consideran poblaciones con alguna discapacidad, lo cual implica que la información existente podría no ser la adecuada para llevar a cabo los procesos de enseñanza y aprendizaje con personas ciegas, quienes podrían necesitar de otros recursos que les permitan construir su conocimiento matemático.

Consideramos necesario el diseño de propuestas didácticas para la enseñanza y el aprendizaje de conceptos matemáticos por estudiantes invidentes

que tomen en cuenta los procesos cognitivos que emplean estos para el aprendizaje de las matemáticas, así como también, el uso de materiales didácticos adecuados.

Por lo anterior, el objetivo de la investigación es identificar el nivel desarrollo de pensamiento geométrico de un niño invidente a través de la implementación de una *unidad didáctica de semejanza de polígonos* que involucre materiales didácticos concretos.

Elementos teóricos

Los sustentos teóricos que dirigieron la investigación fueron los tres ejes rectores de la educación especial (López-Mojica, 2013), conformados de la siguiente forma: eje epistemológico, cognitivo y el eje social. La interacción de dichos ejes pretende exponer las condiciones requeridas para el desarrollo del pensamiento matemático en estudiantes con necesidades educativas especiales, así como evidenciar las capacidades que pueden desarrollar ante la ausencia de otras.

De forma concreta en el eje epistemológico abordamos un análisis histórico-epistemológico del concepto *semejanza*; como resultado de ello se evidenció la relación con otros conceptos: la unidad de medida, la razón y la proporción, los significados asociados para cada concepto, así como su construcción y aproximación. Otro punto que destacar en este eje fueron los elementos didácticos del concepto *semejanza* en libros de texto; específicamente analizamos sus ubicaciones curriculares, significados asociados y tratamiento didácticos. Por último, abordamos elementos teóricos-didácticos: la conceptualización de la Unidad Didáctica, las tareas matemáticas y materiales didácticos concretos.

El eje cognitivo se orientó al pensamiento geométrico, sus niveles de desarrollo y sus dimensiones hápticas y visuales según lo propuesto por Garrido y Leyva (2008), así como los procesos cognitivos de visualización, atención, memoria ciega y percepción háptica.

Finalmente, en el eje social conceptualizamos la ceguera, identificamos barreras en el aprendizaje ante la limitación visual, analizamos los centros educativos que atienden a personas con Necesidades Educativas Especiales (NEE), como lo son los Centros de Atención Múltiple (CAM) y procesos de comunicación de una persona invidente, los cuales están dirigidos por lo verbal, lo motriz y lo gestual.

Elementos metodológicos

El trabajo de investigación fue un estudio de caso con un enfoque cualitativo y descriptivo de los procesos cognitivos y de comunicación que favorecen el desarrollo del pensamiento geométrico de un grupo de niños invidentes; en ese sentido, el punto de partida fueron las observaciones de procesos cognitivos que los niños invidentes utilizan cuando aprenden geometría para compensar su ausencia de visión. Se consideró al pensamiento geométrico tal como lo plantean Garrido y Leyva (2008) es decir, es el conocimiento de un modelo del espacio físico tridimensional y tiene una fuerte base senso-perceptiva que inicia desde las primeras relaciones del niño con su medio y se sistematiza a lo largo del estudio de los contenidos geométricos en la escuela, el cual se desarrolla a través del desarrollo de habilidades geométricas como son: establecer relaciones, argumentar con base en propiedades geométricas, construir modelos geométricos, etc.

Selección del caso

La investigación se llevó a cabo en el CAM “Luis Braille”, ubicado en Mérida, Yucatán, México, de la SEP. La institución atiende estudiantes con NEE, además, tiene la particularidad de contar con el mayor porcentaje de estudiantes con alguna discapacidad visual. El estudiante fue seleccionado de acuerdo con el grado escolar en el que se encontraba y el tipo de afección que presentaba: un niño de doce años, que cursaba del sexto grado de primaria con ceguera adquirida desde los tres meses de edad, además tenía conocimientos del braille (lectura y escritura) y entre sus conocimientos previos relacionados con la matemática se encontraban: contar, operaciones básicas, los nombres y descripción de algunas figuras geométricas.

Técnicas e instrumentos de recolección de datos

Para el desarrollo de la investigación y recopilación de la información, usamos las siguientes técnicas de investigación científica:

Observación no participante: El investigador se integró al campo de estudio con el propósito de explorar, observar, conocer al grupo y las interacciones entre profesor-estudiantes, estuvimos en el aula un mes, tomamos notas sobre las características del entorno, estrategias didácticas y pedagógicas del profesor, comportamiento y áreas de interés del estudiante.

Observación participante: Participamos de manera activa dentro del aula, la observación duró alrededor de tres meses, asistiendo tres días a la semana. Entre nuestras actividades se encuentran: realizar actividades de aprendizaje con el estudiante, con el fin de observar y analizar elementos clave sobre el aprendizaje, identificar gustos e intereses que pudieran ser aprovechados en las tareas matemáticas y también para integrarse al aula,

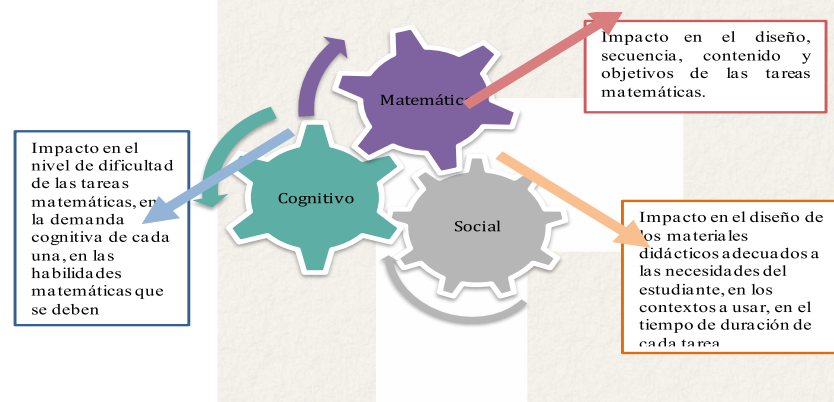
establecer lazos de comunicación e identificar elementos relacionados con la forma de comunicarse del estudiante con sus demás compañeros y miembros de la escuela.

Tareas matemáticas: Basadas en aspectos establecidos en los elementos teóricos y en las observaciones. El objetivo es permitir la construcción del concepto semejanza; por tal motivo, se propusieron cuatro tareas matemáticas, donde cada una atiende a un preconcepto de semejanza que permite la construcción de este, de igual forma, durante la implementación de las tareas matemáticas, realizamos grabaciones de audio y video, con el fin de recopilar información visual y auditiva de las respuestas y acciones del estudiante.

Diseño de la unidad didáctica y las tareas matemáticas

Para la construcción de la unidad didáctica consideramos elementos teóricos dirigidos por los tres ejes rectores para la educación especial. Dichos elementos se articularon tal que permitieron concretar las bases para el diseño de la Unidad Didáctica, además de contribuir en distintas direcciones: lo matemático, el estudiante y el desarrollo de pensamiento matemático. A continuación, presentamos en la figura 1 un diagrama sobre la articulación de los ejes rectores con la Unidad Didáctica.

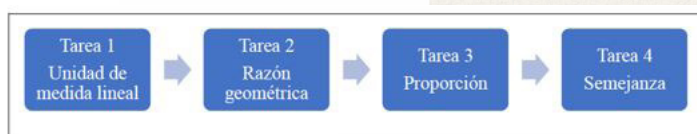
Figura 1. Los tres ejes rectores en el diseño de la unidad didáctica.



Fuente: Elaboración propia.

Relativo a las tareas que conformaron la unidad didáctica, cada una permitió la comprensión de un concepto matemático fundamental para la construcción del concepto *semejanza*, ilustrado en la figura 2. En la figura se presenta el nombre de cada tarea matemática, así como la secuencia en la que se llevó a cabo.

Figura 2. Tareas matemáticas que conforman la Unidad didáctica



Fuente: Elaboración propia.

En este capítulo se analiza la relación con la tarea 2: Razón la cual denominaremos en el texto como T2, enfocada a que el estudiante determine la razón geométrica entre dos medidas de longitud lineal a partir de su comparación. En la tabla 1, se muestran las actividades por desarrollar, su intencionalidad y los materiales didácticos concretos que en conjunto permitieron alcanzar los objetivos propuestos.

Tabla 1. Actividades e intencionalidad de las tareas matemáticas.

Tarea matemática	Actividades por desarrollar	Intencionalidad general	Material didáctico concreto
Tarea 2	Mide longitudes. Compara longitudes de distintas figuras. Compara longitudes en una misma figura. Establece la razón geométrica.	Determina la razón geométrica entre medidas de longitudes lineales a partir de su comparación.	

Nota. La tabla presenta el objetivo de la T2 y las actividades con sus respectivos materiales que permitieron el alcance del objetivo.

Fuente: Elaboración propia.

Para eso, determinamos tres subtareas encaminadas a la construcción del concepto razón. La tarea 2.1 llevó por nombre “Medición y comparación de longitudes”, la tarea 2.2 “Razón geométrica” y la 2.3 “verifiquemos lo aprendido”:

La primera subtarea tenía la intención de que el estudiante cuantificara la longitud de distintos objetos relacionados a distintas situaciones y a partir de ello comparar dichas medidas para establecer relaciones entre ellas. Cabe recalcar que las relaciones establecidas serían extrafigurales dado que se realizaban a partir de la medida de dos objetos diferentes.

La segunda subtarea tenía la intención de comparar las longitudes (largo y ancho) de distintos cuadriláteros y establecer una relación entre ellas. Cabe mencionar que, a diferencia de la subtarea anterior, se caracterizó por establecer relaciones intrafigurales dado que se realizó la comparación entre medidas de un mismo objeto.

La tercera parte tenía la intención de verificar la comprensión del concepto geométrico, a partir de la construcción de distintos cuadriláteros que cumplan una relación dada por el profesor.

Para la identificación del nivel del pensamiento geométrico consideramos los indicadores propuestos en la tabla 2.



Tabla 2. Dimensiones del pensamiento geométrico

Indicadores			
Dimensiones	Nivel 1. Materialización	Nivel 2. Reconocimiento	Nivel 3. Elaboración
Visual	Identifica figuras en un dibujo.	Identifica figuras contenidas en otras.	Interrelaciona diferentes tipos de figuras, cuerpos y movimientos.
	Reconoce información contenida en una figura o cuerpo.	Reconoce propiedades de una figura, movimientos o cuerpos	Reconoce propiedades comunes a diferentes tipos de figuras y movimientos.
Verbal	Asocia el nombre correcto con una figura, cuerpo o movimiento dado.	Explica adecuadamente propiedades de figuras, cuerpos y movimientos	Define adecuadamente conceptos geométricos y relaciones
	Interpreta frases que describen figuras, cuerpos y movimientos.		

Nota. Descripción de los niveles del pensamiento geométrico desde la dimensiones visual y verbal, propuesto por Garrido y Leyva (2008).

En relación a la tabla 2, planteamos los criterios de la tabla 3.

Tabla 3.Características del pensamiento geométrico presentes en la T2.

Dimensiones	Indicadores		
	Nivel 1. Materialización	Nivel 2. Reconocimiento	Nivel 3. Elaboración
Visual	Identifica con ayuda del material tangible que un objeto cabe tantas veces en otro.	Compara figuras geométricas y determina relaciones entre las medidas de sus lados.	Determinar si la medida de los lados de cuadriláteros dados mantiene la misma razón. Construye cuadriláteros dada una razón como condición.
Verbal	Describe la relación que guardan las medidas de distintos objetos.	Propone situaciones en las cuales se puede usar la medida para comparar y decir algo sobre un objeto.	Reconoce relaciones extra figuales entre las razones que guardan las medidas de dos figuras geométricas distintas a las trabajadas en la sesión.

Nota. En la tabla se presentan las dimensiones del pensamiento geométrico adecuadas a la t2 de la unidad didáctica.

De igual forma analizamos los procesos cognitivos que favorecen el desarrollo del Pensamiento Geométrico, según Avilés (2018), y se determinaron sus características para considerarlas en el diseño de la Unidad Didáctica tal como se ilustra en la tabla 4.

Tabla 4. Procesos cognitivos y pensamiento geométrico.

Proceso cognitivo	Características
Atención	Permite concentrarse voluntaria y selectivamente sobre alguna información u objeto e ignorar otras cosas para poner en alerta a los sentidos y percibir el objeto de aprendizaje.
Memoria ciega	Se activa a partir del tacto, oído u otros sentidos que comuniquen información y permitan la creación de un discurso solo con el sentir. Alude a la habilidad para recordar y reconocer la existencia de la diversidad.
Percepción háptica	Suministra información importante sobre los objetos que no son perceptibles a través de canales sensoriales como el oído o la vista. Requiere de un primer conocimiento sobre los objetos del entorno por medio de impresiones que comunica el sentido del tacto, además de información proporcionada por el movimiento voluntario de las manos para percibir en un objeto, textura, aspereza, dureza y forma; de manera que se integren los datos obtenidos y se configure un concepto global del objeto explorado.
Visualización	Permite crear imágenes mentales a partir de la representación, generación y comunicación de conceptos o ideas matemáticas para producir conocimiento geométrico; donde las representaciones mentales no son solamente evocadas por la percepción háptica, es decir, no se requiere necesariamente del sentido de la vista. Se evidencia en el uso del lenguaje, cuando los estudiantes explican y describen sus experiencias geométricas.

Nota. En la tabla se presentan los procesos cognitivos involucrados en el diseño de la tarea 2 de la unidad didáctica.

Interpretación y discusión

En esta sección presentamos resultados obtenidos de la T2 correspondiente a los procesos cognitivos identificados y al nivel del desarrollo geométrico alcanzado por el estudiante, así como la interpretación que se le da a los mismos.

Para la primera subtarea, el profesor leyó un texto sobre cómo las antiguas civilizaciones usaban partes de su cuerpo para medir. Luego se le pidió determinar la medida del ancho de su área de trabajo (pizarra de tela) con su palma de su mano.

E: [El estudiante explora el área de trabajo, recorriendo toda la superficie con las manos].

I: ¿Cuántas veces cabe tu mano en el ancho?

E: Dos [Colocando su mano sobre el área de trabajo]

I: ¿Y el espacio que sobra?

E: [El estudiante recorre el ancho del área de trabajo los dedos y luego usando las palmas] Más de dos

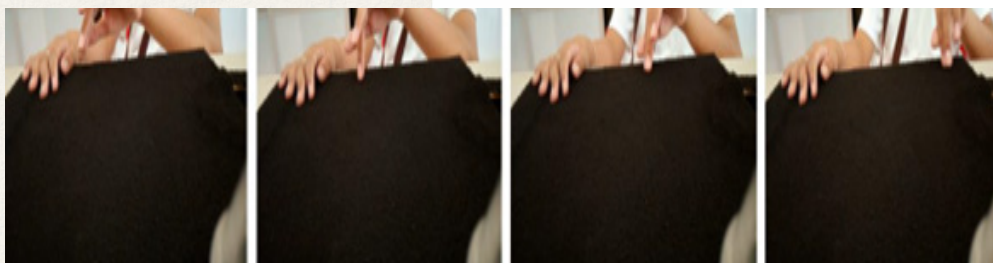
I: Pero ¿cuántas veces?

E: [Coloca su palma una sobre la otra mientras recorre todo el ancho del área de trabajo] Cinco

El estudiante tardó en dar respuesta a la pregunta, tuvo que explorar el área de trabajo varias veces y de distintas formas. En un primer momento exploró la superficie en su totalidad recorriéndola con la palma de su mano, afirmó que cabía dos veces su mano, luego de que se le aclaró que considerara el largo

del área de trabajo. Su primer recurso fue recorrer primero el ancho del área con un solo dedo (ver figura 3); se le cuestionó por qué usó su dedo para recorrer el ancho y el estudiante no dio respuesta, solo sonrió.

Figura 3. Estudiante realizando la T2. Recorre la pizarra para reconocer el área.



Fuente: Imágenes tomadas por los autores. CAM Luis Braille, Mérida, Yucatán, enero 2020.

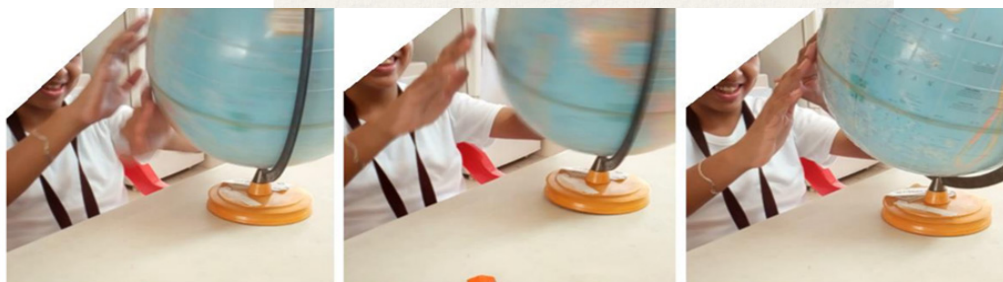
Respecto a la subtarea con la historia para evitar el problema de que no todos los humanos tienen el mismo tamaño de manos y pies, los científicos decidieron establecer una unidad de medida con una parte del meridiano terrestre. Se apoya la historia con un globo terráqueo:

I: ¿Qué forma tiene la Tierra?

E: [Gira el globo terráqueo mientras sonríe]. Círculo y gira.

El estudiante asocia una figura tridimensional con una figura bidimensional (ver figura 4), reconoce que existe una relación entre una figura circular y una esfera, el estudiante indicó que se parece a un balón, de modo que establece relaciones entre las figuras geométricas inmersas en la tarea y objetos de su vida cotidiana.

Figura 4. Estudiante explora y gira globo terráqueo.



Fuente: Imágenes tomadas por los autores. CAM Luis Braille, Mérida, Yucatán, enero 2020.

La segunda subtarea consistió en usar las unidades de medida lineal para comunicar información sobre una situación en particular, la situación planteada al estudiante fue sobre la paleontología.

I: ¿Cuántas veces cabe la altura del humano en la altura del dinosaurio?

E: Una, ¿dos?

I: Entonces, tu respuesta, ¿cuál es?

E: Dos.

I: ¿Qué tan grande es el Tiranosaurio Rex en comparación del humano?

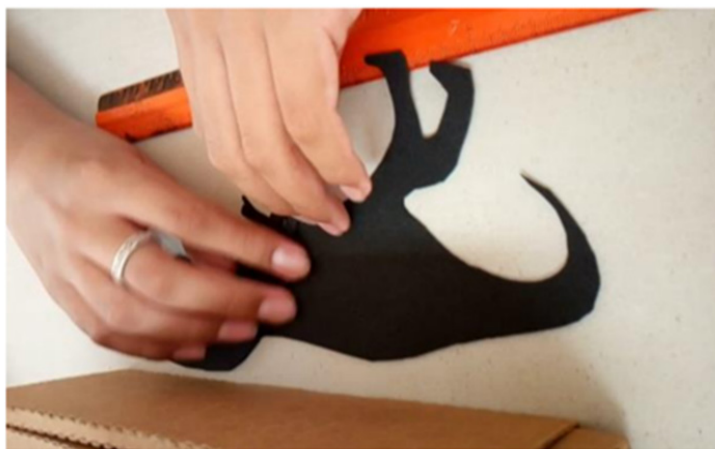
E: Grande.

I: Me indicaste que el humano cabe dos veces en la altura del Tiranosaurio, ¿de qué otra forma se podría representar esa relación?

E: Un metro y medio

El estudiante reconoce mediante el tacto activo (ver figura 5) que existe una relación entre las alturas de las siluetas proporcionadas de dos figuras (dinosaurio y humano). Sin embargo, se quedó a un nivel tangible, dado que no logra dar argumentos numéricos tales como: que la altura del dinosaurio es el doble que la del humano.

Figura 5. Estudiante palpando una figura de fomi.



Fuente: Imágenes tomadas por los autores. CAM Luis Braille, Mérida, Yucatán, enero 2020.

En la imagen se observa al estudiante palpando y explorando la forma y contorno de una figura de dinosaurio. Luego le presentamos una figura rectangular y se le pidió comparar con una vara las dimensiones de la figura.

l: ¿Cuántas veces cabe la vara en la altura del rectángulo?

E: [Coloca la vara a un costado del rectángulo y lo desplaza hacia arriba] Una, dos, tres, cuatro veces cabe.

Análogamente, se realizó el mismo análisis con otra forma rectangular de distintas dimensiones (ver figura 6).

Figura 6. Estudiante mide dimensiones de una figura rectangular.



Fuente: Imágenes tomadas por los autores. CAM Luis Braille, Mérida, Yucatán, enero 2020.

I: ¿Cuáles son las dimensiones de la figura?

E: La base mide 3 y la altura 15.

I: ¿Cuántas veces cabe la base en la altura de la figura?

E: Cinco.

I: ¿Cómo podemos comprobarlo?

E: ... [No responde].

I: ¿Qué podemos hacer para comprobar que efectivamente cabe cinco veces?

E: Con una vara, como en el otro.

En esta subtaska no encontró los argumentos necesarios para validar su afirmación más que usar la técnica anterior de la vara, por tanto, se le proporcionó una vara que medía lo mismo que la base del rectángulo para que pudiera validar su respuesta.

Luego de finalizar la subtaska se le proporcionó al estudiante una lectura sobre los lienzos y sus medidas y se le proporcionó unos (ver figura 7) para medir. Cabe recalcar que no conocía qué era un lienzo; se le dio un tiempo para que explorara mediante el tacto activo y de esta forma se familiariza con este nuevo objeto.

Figura 7. Estudiante usa regla para determinar las dimensiones de un lienzo.



Fuente: Imágenes tomadas por los autores. CAM Luis Braille, Mérida, Yucatán, enero 2020.

El estudiante reconoce una propiedad del cuadrado, que todos sus lados miden lo mismo. Además, identifica que el lienzo cumple la relación 1:1 ya que la medida de la base cabe una sola vez en la medida de la altura. Luego, le proporcionamos dos figuras geométricas de diferente tamaño que cumplieran la relación 2:1.

I: Si sabemos que la figura geométrica cumple la relación 2:1, ¿cuánto debería medir su altura?

E: El doble.

I: ¿Entonces?

E: 8. [Mide el largo de la figura] Sí la cumple.

Luego de ello se le dijo que existe otra relación la cual es 1:2 y se le pidió que explique cuál cree que sea su significado; no fue tan intuitivo para el estudiante entenderlo. Luego de llegar a que en la figura la medida de la base era la mitad de la medida de la altura se le formalizó que en esa misma figura geométrica podemos obtener las dos relaciones, según qué se compara, si el lado que medía 8 unidades respecto al que mide 4 (el doble que el otro) o si analiza el que mide 4 unidades respecto al que mide 8 (la mitad).

En la tercera subtarea, el estudiante intuitivamente hace uso de relaciones multiplicativas para determinar la medida que debería tener la altura de cierta figura según la condición establecida, es decir, identifica un estado inicial ei (la longitud de la base) y un estado final ef (longitud de la altura) así como un estado intermedio el cual relaciona ei y ef , en este caso, es que el estado final es cinco veces mayor que el estado inicial. Se recalca lo anterior dado que en este momento el estudiante ya no requiere de un objeto auxiliar como la vara, para verificar y determinar una medida que satisfaga cierta relación, ya ha vinculado sus conocimientos aritméticos con los conocimientos geométricos que está desarrollando.

En la tabla 5 se presentan los resultados obtenidos en la T2 respecto a cada característica del pensamiento geométrico.

Tabla 5. Resultados y características del pensamiento geométrico.

Característica del Pensamiento Geométrico	Resultados
1. Establecer relaciones	Entre la cantidad de veces que cabe una distancia en otra.
2. Identificar propiedades de las figuras geométricas	Reconoce que en los cuadrados se cumple que la medida de sus lados está en la razón de 1:1.
3.Comparar características entre las figuras geométricas	Compara la medida de distintos rectángulos y argumentan qué relación cumplen.
4. Argumentar con base en propiedades geométricas	Reconoce que en un rectángulo de 1u por 4u las medidas de sus lados no cumplen la relación 1:5 dado que hace falta una unidad.
5. Construir modelos	No construye dos figuras rectangulares de distintos tamaños en las cuales se pueda establecer que la medida de la base y de la altura están a una razón de 2 es a 3.
6. Elaborar conclusiones para formular leyes generales	No Aplica
7. Resolver problemas	Determina la razón en la que se encuentran la medida de los lados de cuadriláteros.

Nota. Características del pensamiento geométrico evidenciadas por el estudiante al realizar la T2.

Con respecto a los procesos cognitivos los resultados fueron los siguientes (ver tabla 6).

Tabla 6. Resultados y características del pensamiento geométrico.

Procesos cognitivos	Resultados
Atención	El estudiante centra su atención en situaciones familiares para él, sin embargo, se muestra abierto a conocer nuevos contextos.
Memoria ciega	El estudiante recuerda los materiales utilizados en las tareas y sobre cómo se usaron y qué se concluyó de ellos respecto a lo geométrico.
Percepción háptica	El estudiante abstrae información de los materiales concretos mediante el tacto activo. Identifica formas, tamaños, texturas.
Visualización	El estudiante imagina y describe objetos de su vida diaria. El estudiante extrapola sus conocimientos de las figuras planas a cuerpos geométricos.

Nota. Procesos cognitivos evidenciados por el estudiante al realizar la T2.

Reflexiones finales

La interacción de los contextos y tareas matemáticas permitieron acercar al estudiante al concepto razón como una comparación entre dos cantidades mediante un cociente, como se evidenció en los resultados obtenidos sobre los elementos del pensamiento geométrico ya que alcanzó cinco de los seis elementos que estaban involucrados. El elemento “construir modelos” no fue alcanzado y se debió a que hasta el final de la tarea fue cuando se le solicitó



construir modelos, el estudiante no se mostraba familiarizado con lo que debía hacer ocasionando cierta confusión. Para una futura reestructuración convendría incluir la construcción de modelos por parte del estudiante a lo largo de la tarea y no al final.

Como respuesta al objetivo de la investigación, se obtuvo lo siguiente: con la implementación de la unidad didáctica se favoreció, mediante las tareas matemáticas, que el estudiante movilice sus procesos cognitivos, permitió que desarrollara y alcanzará un nivel 2 del pensamiento geométrico acorde con los criterios del nivel de pensamiento geométrico establecidos en los elementos metodológicos. Se evidenció que al estudiante le faltó argumentar sus resultados usando propiedades, por lo que se recomienda en un rediseño o propuesta futura, que las tareas propuestas desde un inicio encaminen al estudiante al análisis y a la argumentación.

Cabe mencionar que con anterioridad al estudiante no se le demandaba realizar tareas donde tuviera que analizar figuras, identificar sus propiedades, argumentar con base en propiedades geométricas, comparar figuras, establecer conclusiones con base en argumentos geométricos, etc., por tanto, su conocimiento geométrico, estaba limitado a la parte memorística, debido a que podría recitar definiciones, pero no podía explicar que significaban. Los análisis e interpretaciones proporcionadas evidencian la importancia del material didáctico tangible y las dimensiones del material presentado, para las personas ciegas, pues el tacto activo es esencial para la visualización y establecimiento de relaciones entre cantidades, comparación de medidas, reconocimiento de figuras geométricas y construcción de estas. Esto apoya para desarrollar su pensamiento geométrico.

De los cuatro conceptos abordados en la unidad didáctica, únicamente los tres primeros forman parte del currículo de primaria. El cuarto concepto (*semejanza*) es tratado en secundaria, de modo que, haber alcanzado el nivel 2 es un logro importante, considerando los antecedentes académicos del estudiante.

Por tanto, la investigación sugiere que en estudiantes de primaria es posible desarrollar conocimiento geométrico sobre conceptos “avanzados” de acuerdo con su nivel académico. Como se vio anteriormente, que el estudiante haya desarrollado conocimiento geométrico sobre la semejanza, tuvo que ver en cómo estuvieron estructuradas las tareas matemáticas, los contextos utilizados, el enfoque geométrico propuesto, los materiales didácticos, los análisis didácticos, cognitivos y sociales previos al diseño, etc. Todo ello en conjunto permitió la movilización de habilidades geométricas que promuevan el alcance del pensamiento geométrico; por ello es de suma importancia la competencia profesional del profesor en tanto la planeación del proceso de enseñanza y aprendizaje.

Con base en este estudio, se presentan algunas recomendaciones generales:

- Proporcionar al estudiante las tareas matemáticas impresas en braille, de esta forma podrá recurrir a ella cada que necesite, permitiéndole más autonomía durante su aprendizaje.
- Incluir tareas donde tenga que analizar y proporcionar argumentos matemáticos.

- Favorecer el uso de procesos cognitivos tales como la visualización, la atención, la memoria ciega y la percepción háptica.
- Diseñar materiales didácticos concretos de acuerdo con sus necesidades.
- Utilizar contextos familiares para el estudiante ya que esto permite capturar su atención para posteriormente encaminarlo a nuevos contextos.
- Las instrucciones de las tareas matemáticas deben ser claras y muy precisas.
- Cada estudiante tiene un tiempo promedio de rendimiento, por tanto, sería conveniente analizar e indagar cuánto tiempo pueden trabajar los estudiantes sin llegar a agotarlos mentalmente

Referencias

- Abreu, R., Dolores, C., Sánchez, J. L. y Sigarreta, J. M. (2020). El concepto de pendiente: estado de la investigación y prospectivas. *Revista de didáctica de las matemáticas*, 103, 81-98.
- Aguilar, A. (2022). Incorporación de gráficos con GeoGebra como estrategia para la resolución de raíces cuadradas usando como base el método babilónico [Tesina de especialidad no publicada], Universidad Autónoma de Chiapas. México.
- Aguilar, A. (2015a). *Metodología con el software GeoGebra para desarrollar la capacidad de comunicar y representar ideas matemáticas con funciones lineales* [Tesis de Maestría, Universidad de Piura]. Repositorio Institucional Pirhua. <https://pirhua.udep.edu.pe/handle/11042/3188>
- Aguilar, T. (2015b). Ser profesor virtual: Tiempo y presencia en entornos de enseñanza-aprendizaje del Campus Andaluz Virtual. Un estudio de caso. [Tesis de Doctorado, Universidad de Málaga]. Repositorio Institucional de la UMA. <https://riuma.uma.es/xmlui/handle/10630/12380>
- American Psychological Association (2020). Guía Normas APA. (7 edición). <https://doi.org/10.1037/0000165000>
- Anderson, T. (2003). Getting the mix right again: An updated and theoretical rationale for interaction. *The International Review of Research in Open and Distributed Learning*, 4(2), 1-14. <https://www.irrodl.org/index.php/irrodl/article/view/149>
- Anderson, T. (2008). Towards a Theory of Online Learning. En T. Anderson (ed.), *The theory and practice of online learning* (pp. 45-74). Athabasca University Press.
- Andrade, J. (2013). Creencias sobre el uso de las TIC de los profesores de educación primaria en México. *Sinéctica Revista Electrónica de Educación*, (41), 1-13.
- Aranda, M.G. (2019). *El fomento de habilidades socioemocionales mediante una metodología gamificada en estudiantes de bachillerato* [Tesis de Maestría, Universidad de Guadalajara]. RIUdeG. <https://www.riudg.udg.mx/handle/20.500.12104/82310>

- Artigue M. (1995). Ingeniería Didáctica. En Gómez, P. (Ed.), *Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas* (pp. 33-49). Grupo Editorial Iberoamérica.
- Asanza, V. (2018). *La enseñanza de la Probabilidad condicional a través de la metodología basada en proyectos en Segundo Año de B.G.U.* [Tesis de pregrado, Universidad UTE]. Repositorio institucional UTE. https://repositorio.ute.edu.ec/bitstream/123456789/18815/1/71074_1.pdf
- Avendaño, V., Alarcón, A., García, K.M., Rodríguez, D.J. y Cervantes, A. (2015). Implementación y uso de Tecnologías de la Información y Comunicación en la Educación Básica de Comitán de Domínguez, Chiapas. En V.C. Avendaño (ed.), *Implementación y uso escolar de las tecnologías de la información y la comunicación en la Meseta Comiteca Tojolabal del estado de Chiapas* (pp. 23-69). Centro Regional de Formación Docente e Investigación Educativa.
- Avilés, K. (2018). *Procesos cognitivos y pensamiento geométrico en niños ciegos.* [Tesis de licenciatura no publicada]. Universidad Autónoma de Yucatán. México.
- Balacheff, N. & Gaudin, N. (2002). Students conceptions: an introduction to a formal characterization. *Les Cahiers du Laboratoire Leibniz*, 65, 1-21.
- Balda, P. y Buendía G. (2022). El desarrollo de un trabajo de investigación en Matemática Educativa. Ilustraciones a partir de una tesis doctoral, en P. Balda, F. De la Cruz, E. Velazco, G. Buendía y H. Hernández (Eds.), *Propuestas didácticas desde y hacia el aula de matemáticas. Difusión del quehacer de la Especialidad en Didáctica de las Matemáticas*, (pp. 3-44). Universidad Nacional Autónoma de Chiapas.
- Balda, P. (2018). *Una epistemología de usos de lo proporcional. Un estudio socioepistemológico en el contexto de la huerta escolar* [Tesis doctoral, Universidad Santo Tomás]. Repositorio USTA. <https://repositorio.usta.edu.co/handle/11634/14774?show=full>
- Barahona, F., Barrera, O., Vaca, B. e Hidalgo, B. (2015). GeoGebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil. *Revista tecnológica ESPOL*, 28(5), 121-132.

- Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 8(3), 247-263.
- Batanero, C., Contreras, J. y Díaz, C. (2012). Sesgos en el Razonamiento Sobre Probabilidad condicional e Implicaciones Para la Enseñanza. *Revista digital Matemática, Educación e Internet*, 12(2). 1-13.
- Batanero, C., Ortiz, J., Serrano, L. y Albanese, V. (2016). Razonamiento sobre Probabilidad condicional en situaciones de riesgo. *Suma*, 83, 73-80.
- Batanero, C., Ortiz, J. y Serrano, L. (2007). Investigación en didáctica de la probabilidad. *UNO: Revista de didáctica de las matemáticas*, 44, 7-16.
- Borges, F. (2005). La frustración del estudiante en línea. Causas y acciones preventivas. *Digithum*, 7, 1-9.
- Brousseau, G. (1995). *Theory of Didactical situations in Mathematics*. Boston, London: Kluwer Academic Publishers.
- Burgos, S., Domínguez, M., Rojas, F. J., Planas, N., Vilella, X., y Goñi, J. M. (2006). La participación en el aula de matemáticas. En J.M. Goñi (Ed.), *Matemáticas e interculturalidad* (pp. 49-62). Ediciones Graó.
- Caballero, M. A. (2018). Causalidad y temporización entre jóvenes de Bachillerato. La construcción de la noción de Variación y el desarrollo del pensamiento y lenguaje Variacional. [Tesis Doctoral, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional]. Researchgate. https://www.researchgate.net/publication/331563013_Causalidad_y_temporizacion_entre_jovenes_de_bachillerato_La_construccion_de_la_nocion_de_variacion_y_el_desarrollo_del_pensamiento_y_lenguaje_variacional
- Caballero, M. y Cantoral, R. (2013). Una caracterización de los elementos del pensamiento y lenguaje variacional. En Flores, Rebeca (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (Vol. 26, pp. 1197-1205). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

- Camargo, L. (2021). *Estrategias cualitativas de investigación en educación matemática. Recursos para la captura de información y análisis*. Editorial Universidad Antioquia.
- Cancino, M. (2021). *Aspectos Culturales de Estudiantes de Origen Ch'ol y Tzeltal como argumentación para lo Variacional*. [Tesina de Especialidad no publicada]. Universidad Autónoma de Chiapas.
- Cantoral, R. (2013a). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento*. Gedisa.
- Cantoral, R. (2013b). *Desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional*. Secretaría de Educación Media Superior.
- Castañeda, J.A., Carmona, L.H. y Mesa, F. (2018). Determinación de la Ganancia en el Aprendizaje de La Cinemática Lineal Mediante el uso de Métodos Gráficos con Estudiantes de Ingeniería en la Universidad de Caldas. *Scientia Et Technica*, 23(1), 99-103.
- Castellanos, Y. y Franco, L. (2013). *El algoritmo babilónico como estrategia de enseñanza para aproximar la raíz cuadrada*. [Tesis de Licenciatura no publicada]. Universidad de los Andes.
- Colegio de Bachilleres del Estado de Chiapas (COBACH). (2018, enero 19). Matemáticas III. <https://www.cobach.edu.mx/doctos/programasestudio/MEPEO/SEMESTRE6/mate3.pdf>
- Colegio de Bachilleres (2017, octubre 20). Programa de estudios. https://cbgobmx.cobachilleres.edu.mx/que-hacemos/Programas_de_estudio_vigentes/6to_semestre/basica/03_Matematicas_VI.pdf
- Colín, M.P. (2008). *De la aritmética al cálculo. Un estudio transversal sobre la raíz cuadrada*. [Tesis de Maestría no publicada], Instituto Politécnico Nacional de México.
- Contreras, J. (2009). *Recursos en internet para la enseñanza de la probabilidad condicionada* [Tesis de pregrado, Departamento de didáctica de la Matemática. Universidad de Granada]. Repositorio Institucional UGR. <https://www.ugr.es/~jmcontreras/pages/Investigacion/Trabajocontreras.pdf>

- Cordero, F. y Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Relime*, 10(1), 7-38.
- Corrales, V., y Ramírez, B. (2019). Sistema observacional para analizar interacciones didácticas en clases de ciencias en bachillerato. *Revista de investigación en psicología*, 22(2), 197-216.
- Costa, J. (1993). *Identidad corporativa*. Editorial Trillas.
- Cotic, N. (2014, 14 de noviembre). *GeoGebra como puente para aprender matemáticas* [Presentación en papel]. Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación, Buenos Aires, Argentina.
- Ramírez-Cruz, J. y López-Mojica, J. (2018). Intervención psicoeducativa para las matemáticas en la educación especial: hacia una propuesta de modelo. *Revista Electrónica de Psicología Iztacala* 21(1), 782-797.
- Del Valle, T., Morales, A. y Cordero, F. (2015). Los usos de la optimización en una situación de selección. *Acta Latinoamericana en Matemática Educativa*, 2, 1016-1023.
- Díaz A. (2020). La escuela ausente, la necesidad de replantear su significado. En H. Casanova Cardiel (Ed.), *Educación y pandemia: una visión académica* (pp. 19-29). Universidad Nacional Autónoma de México. Instituto de Investigaciones sobre la Universidad y la Educación.
- Díaz, C. y Batanero, C. (2005, 13 de enero). La probabilidad condicional en los textos de estadística. https://www.researchgate.net/publication/282281256_LA_PROBABILIDAD_CONDICIONAL_EN_LOS_TEXTOS_DE_ESTADISTICA_PARA_PSICOLOGIA
- Díaz, C. y De la Fuente, I. (2005). Razonamiento sobre probabilidad condicional e implicaciones para la enseñanza de la estadística. *Epsilon*, 59, 245-260.
- Dietz, G. (2017). Interculturalidad: una aproximación antropológica. *Perfiles educativos*, 39(156), 192-207.

- Domingo, A. (2013). *Práctica Reflexiva para docentes. De la reflexión ocasional a la reflexión metodológica*. Saarbrücken: Publicia
- Domínguez, I. (2003). *La resignificación de lo asintótico en una aproximación socioepistemológica*. [Tesis de maestría no publicada]. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México.
- Gamboa, M. (2011). La integración de las TIC a la educación formal como problema de investigación. *Reencuentro. Análisis de Problemas Universitarios*, (62), 10-19.
- Gamboa, M. (2013). *Construcción cognitiva de la raíz cuadrada*. [Tesis de maestría no publicada], Pontificia Universidad Católica De Valparaíso.
- García, T. (2003). *El cuestionario como instrumento de investigación/evaluación*. Etapas del Proceso Investigador: Instrumentación. Recuperado de http://www.univsantana.com/sociologia/El_Cuestionario.pdf
- García, D. (2018). Matemáticas y Síndrome de Down. *Revista Internacional de Apoyo a la Inclusión, Logopedia, Sociedad y Multiculturalidad*, 4(1), 119-223. <https://doi.org/10.17561/riai.v4.n1.10>
- García, D. (2009). Adaptaciones curriculares individuales para estudiantes con síndrome de Down. *Revista Digital Enfoques Educativos*, 30, 167-174.
- García, S. y López, O. L. (2012). *La enseñanza de la Geometría*. *Educación Matemática* 24 (2), 135-140.
- Garrido, Y., y Leyva, L. (2008). Aprendizaje desarrollador en la matemática: Estimulación del pensamiento geométrico en escolares primarios. *Revista Iberoamericana de Educación*. 48(1), 1-7. <https://rieoei.org/RIE/article/view/2249>
- Garzón, J. (2018). *Aproximación al concepto de Probabilidad condicional dirigida a estudiantes de grado noveno* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia]. <chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/69217/Jos%C3%A9G.Garz%C3%B3nHenao.2018.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

- Giacoleti, F. y Cordero, F. (2019). Usos y significados de la transformada de Laplace en una comunidad de ingenieros electrónicos. En R. Flores (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (Vol 32, Núm. 2, pp. 429-438). Colegio Mexicano de Matemática Educativa; Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Godino, J. y Batanero, C. (2004). Estocástica. En J. Godino (Ed.), *Didáctica de las matemáticas para maestros*. (pp. 405-439). Granada, España: GAMI, S.L. Fotocopias.
- Guadarrama, C. (2022). *La gamificación como estrategia en la didáctica de las matemáticas para estudiantes con Síndrome de Down* [Tesis de especialidad no publicada]. Universidad Autónoma de Chiapas.
- Hernández, I., Luna, J. y Cadena, M. (2017). Cultura de paz: una construcción desde la educación. *Revista Historia de la Educación Latinoamericana*, 19(28), 149-172.
- Hibbeler, R.C. (2010). *Ingeniería Mecánica-Dinámica* (Decimosegunda edición). Prentice Hall.
- Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. (2012). *Excale-09 2012, Matemáticas. Porcentaje de aciertos por contenido curricular y estrato escolar en Matemáticas por tema de 3° año de secundaria*. Recuperado de https://www.inee.edu.mx/wp-content/uploads/2019/01/Archivo_electronico_Excale-09_2012_27032014_MAT.xlsx
- Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey. (2016, 1 de septiembre). *Gamificación. Observatorio en Innovación educativa*. <https://eduteka.icesi.edu.co/pdfdir/edutrends-gamificacion.pdf>
- Keyser, K. (1985). *Ciencia de materiales para ingeniería*. Limusa Noriega Editores.
- Larson, R., Edwards, B. (2010). *Cálculo con geometría analítica. De una variable*. McGraw Hill.
- Lavalle, A., Micheli, E. y Rubio, N. (2006). Análisis didáctico de regresión y correlación para la enseñanza media. *RELIME*, 9(3), 383-406.

- León, N. (2008). Errores y dificultades en la resolución de problemas verbales inherentes al teorema de bayes: Un Caso con Futuros Profesores de Matemática. *Paradigma*, 29(2), 187-219.
- Lezama, F., Flores, R., Buendía, G. y Mariscal, E. (2020). Docencia en matemáticas: voces latinoamericanas en la transición hacia enseñanza a distancia por covid-19. *Investigación e Innovación Matemática Educativa*, 5, 1-28. <https://revistaiime.org/index.php/IIME/article/view/iime.86/pdf>
- Lopes, J. (2013). Una propuesta para la enseñanza del teorema de Bayes a través de un juego de dados y de resolución de problemas. En J. M. Contreras, G. R. Cañadas, M. M. Gea y P. Arteaga (Eds.), *Actas de las Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria*. (pp. 601-608). Granada, Departamento de la Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- López-Mojica, J. M. (2013). *Pensamiento probabilístico y esquemas compensatorios en la educación especial* [tesis doctoral no publicada]. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México.
- Mateos, G. y Morales, A. (2002). Historia de la Probabilidad (desde sus orígenes hasta Laplace) y su relación con la Historia de la Teoría de la Decisión. En *Historia de la probabilidad y estadística*, Madrid, España: A.H.E.P.E.
- Maurel, H. (2014). *Sección de obras de lengua y estudios literarios sobre el plagio*. Editorial Fondo de Cultura Económica.
- Mazariegos, A. (2021). Aspectos culturales de estudiantes de origen zoque como una argumentación entorno a lo variacional. [Tesina de Especialidad no publicada]. Universidad Autónoma de Chiapas. México.
- Megías, A. (2017). *Significado de la probabilidad condicionada e independencia para estudiantes de bachillerato* [Tesis de maestría, Universidad de Granada]. chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/<http://www.ugr.es/~batanero/documentos/tfmAlsabel.pdf>

- Mendoza, J. y Cordero, F. (2014). Matemática funcional en una comunidad de conocimiento. Una situación de acumulación en la formación de ingenieros civiles. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana en Matemática Educativa* (Vol. 27, pp. 1557-1563). Colegio Mexicano de Matemática Educativa; Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Mendoza, J. y Cordero, F. (2018). La modelación en las comunidades de conocimiento matemático. El uso de las matemáticas en ingenieros biónicos. El caso de la estabilidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 11(1), 36-61.
- Mendoza, J., Cordero, F., Solís, M. y Gómez, K. (2018). El uso del conocimiento matemático en las comunidades de Ingenieros. Del objeto a la funcionalidad matemática. *Bolema*, 32(62), 1219-1243.
- Mérida, Y. y Acuña, L. A. (2020). Covid-19, Pobreza y Educación en Chiapas: Análisis a los Programas Educativos Emergentes. *Revista Internacional De Educación Para La Justicia Social*, 9(3), 61–82. https://revistas.uam.es/riejs/article/view/riejs2020_9_3_004
- Monroy, Z. y Riveros, D. (2022). *La práctica reflexiva, una estrategia para el desarrollo profesional docente*. [tesis de maestría no publicada]. Universidad Pedagógica Nacional, México.
- Montiel, G., y Buendía, G. (2012). Un esquema metodológico para la investigación socioepistemológica: ejemplos e ilustraciones. En Rosas, A. y Romo, A. (eds.). *Metodología en matemática educativa: visiones y reflexiones* (pp. 61-88). Lectorum.
- Morena, M., y Serrano, A. (2007). Obstacle courses... nature, recreation, and health abstract. *MHSalud: Revista En Ciencias Del Movimiento Humano Y Salud*, 4(1). <https://www.revistas.una.ac.cr/index.php/mhsalud/article/view/339>
- Muñoz, F. (2001). *La paz imperfecta*. Editorial Universidad de Granada.
- Noda, M. A., Bruno, A., Aguilar, R., Moreno, L., Muñoz, V. y González, C. (2007). Un estudio sobre habilidades de conteo en alumnado con Síndrome de Down. *Revista Educación Matemática*, 19(3), pp. 31-63.

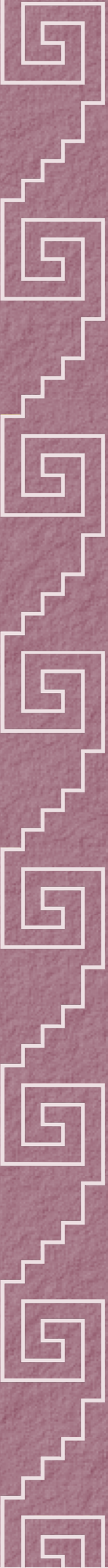
- Olaya, R. (2018). *El pensamiento aleatorio en clave de comprensión de lo estocástico en la sociedad, en estudiantes de grado noveno, de la I. E. Tulio Arbeláez Zuluaga, Garzón Huila* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia]. chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/<https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/64240/1075218224.2018.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Ortega, I., Cobo-Cuenca, A., Rodríguez Aguilera, C., Sánchez Donaire, A., Gómez De Zamora, R., y Castellanos Rainero, M. (2010). Estresores y ansiedad de los estudiantes de enfermería en sus primeras prácticas clínicas. *Nure Inv.*, 7(49), 1-13.
- Osorio, M., Suárez, A. y Uribe, C. (2011). Revisión de aspectos asociados a la problemática del aprendizaje de la Probabilidad. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*. 34, 360-384.
- Ortiz, D. (2015). El constructivismo como teoría y método de enseñanza. *Sophia: colección de Filosofía de la Educación*, 19(2), 93-110.
- Paideia, M. (2018, mayo 4). Identificación y evaluación del alumnado con Síndrome de Down. *Centro Pedagógico Paideia*. <https://centropedagogicopaideiaavila.wordpress.com/2018/05/04/identificacion-y-evaluacion-del-alumnado-con-sindrome-de-down/>
- Penalva, C., Posadas, J. y Roig, A. (2010). Resolución y planteamiento de problemas: Contextos para el aprendizaje de la probabilidad. *Educación Matemática*, 22(3), 23-54.
- Peña, P. y Mendez, L. C. (2015). Propuesta para el cálculo de la raíz cuadrada usando el método de cuadrar rectángulos. *Revista Premisa*, 17(65), 44-50.
- Pérez-Gutierrez, B.P. (2022). *Propuesta de actividad de aprendizaje en una comunidad Ch'ol para comprender la relación pendiente de la recta y el ángulo de inclinación* [Tesina de especialidad no publicada]. Universidad Autónoma de Chiapas. México.
- Piralla, M. (2002). *Diseño estructural*. Limusa Noriega Editores.
- Ramírez, I. (2022, julio 8). Kahoot!: qué es, para qué sirve y cómo funciona. XatakaBasics. <https://www.xataka.com/basics/kahoot-que-es-para-que-sirve-y-como funciona>

- Ramírez, M. y Santana, J. (2014). El aprendizaje basado en proyectos y el aprendizaje de conceptos de calor y temperatura mediante aplicaciones en cerámica. *Innovación educativa*, 14(66), 65-89.
- Randolph, J. (2009) A guide to writing the dissertation literature review, *Practical Assessment. Research & Evaluation*. 14(13), 1-13. <https://openpublishing.library.umass.edu/pare/article/id/1516/>
- Reaburn, R. (2013). Students' understanding of conditional probability on entering university. In V. Steinle, L. Ball & C. Bardini (Eds.), *Mathematics Education: Yesterday, today and tomorrow* (Vol 36, pp. 570-577). Melbourne, Australia: MERGA.
- Real Academia Española (2021). Diccionario de la Lengua Española. Edición del tricentenario.
- Rebollo, O., Morales, E., y González, S. (2016). *Guía operativa de evaluación de la acción comunitaria*. Editorial Universidad Autónoma de Barcelona.
- Rivera M. I., Salgado, G. y Dolores, C. (2019). Explorando las Conceptualizaciones de la Pendiente en Estudiantes Universitarios. *Bolema Boletim de Educação Matemática*, 33(65), 1027-1046. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v33n65a03>
- Riveros, D. y Monroy, Z. (2022). La práctica reflexiva, una estrategia para el desarrollo profesional del profesor de matemáticas. [Tesis de maestría, Universidad Pedagógica Nacional de Colombia]. Repositorio Institucional UPN. <http://repository.pedagogica.edu.co/handle/20.500.12209/18241>
- Rizo, J.N. (2017). *Población Indígena en cifras*. CONAMED-OPS.
- Roblero-Wong, J. (2013). *Conceptualización de campos magnéticos permanentes usando el material educativo* [Tesis de maestría no publicada]. Escuela Superior Politécnica del Litoral. México.
- Rodríguez, J.B. (2020). *Inclusión del software GeoGebra en clases de Matemática*. [Tesis de licenciatura no publicada]. Universidad Nacional Del Sur.

- Rodríguez, L. y Olmo, L. (2010). Aportaciones para la intervención psicológica y educativa en niños con síndrome de Down. *Revista Docencia e Investigación*, 20, 307-327.
- Rodríguez, N., Montañez, E. y Rojas, I. (2010). Dificultades en contenidos de Estadística Inferencial en estudiantes universitarios. Estudio preliminar. *Revista Electrónica Iberoamericana de Educación en Ciencias y Tecnología*, 2(1), 57-73.
- Rojas, N., Carrillo, J. y Flores, P. (2012). Características para identificar a profesores de matemáticas expertos. En A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penálva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (Vol. 1, pp. 479-485). Jaén: SEIEM.
- Rosales, S., Gómez, V. M., Durán, S., Salinas, M., y Saldaña, S. (2008). Modalidad híbrida y presencial: Comparación de dos modalidades educativas. *Revista de la educación superior*, 37(148), 23-29.
- Ruíz, E. (2022). *Evaluación síndrome de Down*. Obtenido de <https://www.downciclopedia.org/educacion/3084-evaluacion-de-los-alumnos-con-sindrome-de-down.html>
- Rueda, A. (2020). Resiliencia y Paz. Prevención mejor que tratamiento. *Revista De Cultura De Paz*, 4, 147-172.
- Sánchez-Aguilar, M. (2012). Sobre los roles de las revisiones bibliográficas en la investigación en matemática educativa. En A. Rosas y A. Romo (Eds.). *Metodología en Matemática Educativa: Visiones y reflexiones*. (pp.101-114). Lectorum.
- Sánchez-Aguilar, M. y Molina J. (2012). Un método para realizar una búsqueda bibliográfica en didáctica de las matemáticas. En A. Rosas y A. Romo (Eds.). *Metodología en Matemática Educativa: Visiones y reflexiones*. (pp. 29-39). Lectorum.
- Sánchez, J. (2021). *La formación de ciudadanos críticos desde las matemáticas escolares. Posibilidades que ofrecen los documentos curriculares en el contexto colombiano*. [Tesis de maestría, Universidad Pedagógica Nacional de Colombia]. Repositorio institucional UPN. <http://repository.pedagogica.edu.co/handle/20.500.12209/13292>
- Schneider, B. (2006). *Resiliencia*. Editorial Norma.

- Secretaría de Educación Pública (SEP, 2017) *Modelo Educativo. Equidad e inclusión* (Primera Edición). Secretaria de Educación Pública.
- Serrano, J.M. y Pons, R.M. (2011). El constructivismo hoy: enfoques constructivistas en educación. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 13(1), 1-27.
- Sierpinska & Lerman (1996). Epistemologies of mathematics and of mathematics education. En A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick y C. Laborde (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education*, (pp. 827-876). Springer.
- Soto, A. (2012). El plagio y su impacto a nivel académico y profesional. *E-Ciencias de la información* 2 (1), 1-13.
- Soto, D. y Cantoral, R. (2014). Discurso Matemático Escolar y Exclusión. Una visión Socioepistemológica. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*. 28(50). 1525-1544. <https://www.scielo.br/j/bolema/a/xWGQpR9xVwBBKN3BWVz6bTL/?lang=es>
- Spinak, E. (2013, noviembre 2). Ética editorial y el problema del autoplagio. SciELO en Perspectiva. Obtenido de: <https://blog.scielo.org/es/2013/11/11/etica-editorial-y-el-problema-del-autoplagio/>
- Suárez, P., y Verdugo, E. R. (2021). Lo pendiente de la pendiente. *Voces Y Realidades Educativas*, 6(1), 181–193.
- Tünnermann, C. (2011). El constructivismo y el aprendizaje de los estudiantes. *Universidades*, (48), 21-32.
- Thuesen, H.G. (1989). Ingeniería económica. Prentice Hall & IBD
- Tuyub, I. (2010). Un papel de la función matemática en la práctica toxicológica. *Abstraction & Application*, 3, 21-34.
- Tuyub, I. y Zapata, Y. (2022). Usos, funcionamientos y formas de la composición de funciones en situaciones de ingeniería. En M.M. Parra (Ed.), *Acta Latinoamericana en Matemática Educativa* (Vol. 35, Núm.2, pp. 33-44). Colegio Mexicano de Matemática Educativa; Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

- Universidad Autónoma de Yucatán (2015). Programa de estudios. Recuperado de https://drive.google.com/file/d/0BxC46aS_0Nv-cjhrMGVoc0Ficjg/view
- Ulloa-Brenes, G. (2022). Teorías y modelos de la interacción y la comunicación para espacios educativos a distancia. *Revista Espiga*, 21(43), 197-217.
- Velasco, E., Cancino, M., y Mazariegos, A. de J. (2021). Crecimiento del maíz en fases lunares, diseño de una actividad didáctica para una comunidad tzeltal. *Espacio I+D, Innovación más Desarrollo*, 10(27). <https://espacioimasd.unach.mx/index.php/Inicio/article/view/265/856>
- Vieira, Y.L. (2016). *Juegos matemáticos y estudiantes con síndrome de DOWN* [Tesis de maestría, Universidad de la Laguna]. Repositorio Institucional RIULL. <https://riull.ull.es/xmlui/bitstream/handle/915/3337/JUEGOS%20MATEMATICOS%20Y%20ESTUDIANTES%20CON%20SINDROME%20DE%20DOWN..pdf?sequence=1>
- Villa-Ochoa, J. (2022, agosto 9). *Roles de la revisión de la literatura en la investigación en educación* [Conferencia Doctoral]. Universidad de Antioquia. Facebook. <https://www.facebook.com/facultad.educacion/videos/426027559322378>
- Vinyamata, E. (2015). Conflictología. *Revista de paz y conflictos*, 8(1), 9-24.
- Westedt, C. y Carrascosa, I. (2020, 15 de mayo). *Síndrome de Down Aspectos psicológicos y cognitivos*. Epsys. <https://www.eepsys.com/es/sindrome-de-down-aspectos-psicologicos-y-cognitivos-2/>
- Zapata, Y. (2020). *Una epistemología de usos de la composición de funciones en una comunidad de ingenieros en formación*. [Tesis de licenciatura no publicada]. Universidad Autónoma de Yucatán.
- Zúñiga, L. (2007). El cálculo en carreras de Ingeniería: un estudio cognitivo. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10(1), 145-175.



VOCES DE PROFESORES-INVESTIGADORES.

PROPUESTAS DESDE Y HACIA EL AULA DE MATEMÁTICAS

de Paola Alejandra Balda Álvarez, Gabriela Buendía Ábalos, Hipólito Hernández Pérez,

Isabel Tuyub Sánchez y Erivan Velasco Núñez, se terminó de editar en septiembre de 2024.

§

Universidad Autónoma de Chiapas

Universidad Autónoma de Yucatán

